

NOVÉ PAMĚŤOVÉ PRVKY A JEJICH MÍSTO V PERIODICKÉ SOUSTAVĚ ZÁKLADNÍCH PRVKŮ ELEKTROTECHNIKY

Zdeněk Biolek¹, Dalibor Biolek²

¹ SŠIEŘ Rožnov pod Radhoštěm, Školní 1610, 756 61 Rožnov pod Radhoštěm

² Katedra elektrotechniky, Univerzita obrany Brno, Kounicova 65, 662 10 Brno

zdenek.biolek@roznovskastredni.cz, dalibor.biolek@unob.cz

Abstrakt:

Objev prvku zvaného “HP memristor” v kalifornských laboratořích firmy Hewlett Packard v roce 2008 změnil představy výzkumníků o tom, jak by mohla vypadat paměťová média budoucnosti. Memristor také poukázal na potřebu revize základních principů, na kterých byla před několika staletími vybudována klasická elektrotechnika. Článek navazuje na dřívější příspěvek pro středoškolské pedagogy [1] a referuje o nových výsledcích v této oblasti.

1. Úvod

O memristoru se hodně mluví a píše zejména proto, že současný trh má eminentní zájem o nové typy paměťových médií. Pozoruhodné vlastnosti této součástky slibují v technické oblasti skutečnou revoluci. Poněkud ve stínu těchto komerčně zaměřených úvah stojí fakt, že memristor nás donutil do jisté míry revidovat některé zažitě představy spojené se samotnými základy elektrotechniky. Vývoj za poslední dobu přitom jasně ukazuje, že pokroky v oblasti nanotechnologií s sebou přinášejí nutnost revize teoretických východisek klasické elektrotechniky.

Od roku 2008 probíhá intenzivní výzkum s cílem doplnit mozaiku základních kamenů teoretické elektrotechniky tak, aby dokázala popsat a vysvětlit nové poznatky, kterými nás zásobují výzkumná pracoviště z celého světa. Ukazuje se, že nejrůznější paměťové principy zaujímají svá místa v objektivně existující hierarchii [2]. Integrál jako matematický operátor, který přirozeně vyjadřuje proces zápisu informace do živé i neživé hmoty, je zároveň „vstupenkou“ do vyššího patra této hierarchie. Úvahám o integrálním charakteru paměti je věnována 2. kapitola. Ve 3. kapitole je vysvětlena hierarchie triády základních prvků klasické elektrotechniky – rezistoru, kapacitoru a induktoru. Ve 4. kapitole je možno nalézt klíč pro rozpoznání těchto prvků podle jejich projevů - tzv. konstituční relace. Obsahem 5. kapitoly je zaplnění dalšího patra paměťové hierarchie prvky typu memristor, memkapacitor a meminduktor. Zcela obecný pohled na hierarchii základních prvků elektrotechniky přináší tzv. periodická tabulka, která je vysvětlena v 6. kapitole. Závěrečná 7. kapitola seznamuje čtenáře s možnostmi studia mem-systémů prostřednictvím počítačových simulací a emulátorů.

2. Integrační charakter paměti

V současné době existuje široká škála fyzikálních principů, na jejichž základě dokážeme zapsat užitečnou informaci do různých forem hmoty. Informace může být uložena ve formě

elektrického náboje (DRAM, EPROM, EEPROM, FLASH), polarizace feroelektrického dielektrika (FeRAM), orientace magnetických domén (MRAM), proměny fáze záznamového materiálu (PCRAM, CD-RW), stavu klopného obvodu (SRAM), stavu tavné spojky (PROM) či (ne)existence vodivých propojení (ROM), zářezů vzniklých lisováním (CD-ROM), stavu miniaturních elektromechanických prvků (MEMS) aj. Jiný úhel pohledu odhaluje, že k zápisu informace se dá využít přímé skladování energie v akumulačních prvcích (např. v kapacitoru, induktoru, v potenciálových polích mechanických struktur jako jsou pružiny aj.), změny parametrů materiálu vlivem zápisové veličiny (PCRAM, CD-RW, memristor, memkapacitor, meminduktor) nebo změny samotné struktury materiálu či jeho geometrie (ROM, PROM, lisovaná CD-ROM, CD-R). Přehled tradičních i perspektivních technologií v oblasti paměťových médií převzatý z [3] je uveden v Tab. 1.

	Traditional Technologies				Emerging Technologies			
	DRAM	SRAM	Improved Flash		FeRAM	MRAM	PCRAM	Memristor
	mature		advanced		product		advanced	early stage
Knowledge level								
Cell Elements	1T1C	6T	1T		1T1C	1T1R	1T1R	1M
Half pitch (F) (nm)	50	65	90	90	180	130	65	3-10
Smallest cell area (F^2)	6	140	10	5	22	45	16	4
Read time (ns)	< 1	< 0.3	< 10	< 50	< 45	< 20	< 60	< 50
Write/Erase time (ns)	< 0.5	< 0.3	10^5	10^6	10	20	60	< 250
Retention time (years)	seconds	N/A	> 10	> 10	> 10	> 10	> 10	> 10
Write op. voltage (V)	2.5	1	12	15	0.9-3.3	1.5	3	< 3
Read op. voltage (V)	1.8	1	2	2	0.9-3.3	1.5	3	< 3
Write endurance	10^{16}	10^{16}	10^5	10^5	10^{14}	10^{16}	10^9	10^{15}
Write energy (fJ/bit)	5	0.7	10	10	30	1.5×10^5	6×10^3	< 50
Density (Gbit/cm ²)	6.67	0.17	1.23	2.47	0.14	0.13	1.48	250
Voltage scaling	fairly scalable				no		poor	promising
Highly scalable	major technological barriers				poor		promising	promising

Tab. 1. Přehled tradičních i perspektivních technologií pro paměťová média (převzato z [3]).

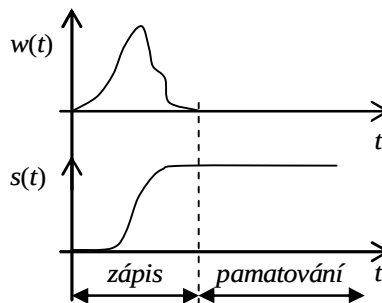
Přes všechnu rozmanitost fyzikálních principů lze vysledovat jeden společný rys těchto pamětí, který je na příkladech rozveden v Tab. 2. Uvedené příklady ukazují, že okamžitý stav paměti je integrální veličinou, tj. je výsledkem působení jisté příčiny, která do paměti vtiskuje celou svoji historii vyjádřenou časovým integrálem.

	EPROM EEPROM FLASH DRAM	Magnetická disková média MRAM	Tiskový výstup Malířské plátno	Kinematické paměti	Mechanické paměti	Paměťové systémy skladující energii
<i>zápis</i> $w(t)$	Zápisový proud	Zápisové napětí	Rychlost toku barvy	Síla	Rychlost	Okamžitý výkon zápisové veličiny
<i>stav</i> $s(t)$	Elektrický náboj	Magnetický tok	Objem barvy	Hybnost	Poloha	Dodaná energie

Tab. 2. Příklady paměťových médií.

Projděme v Tab. 2 postupně zleva doprava jednotlivými sloupčiky, které představují různé typy paměťových médií. Paměťová buňka, která si uchovává informaci ve formě elektrického náboje (např. FLASH), postupně tento náboj akumuluje v plovoucím hradle prostřednictvím přitékajícího proudu nabitých částic jako časový integrál tohoto proudu. Magnetická média (např. MRAM) uchovávají informaci jako magnetické domény vytvořené magnetickým tokem, který vznikl časovou integrací zápisového napětí. Na potisknuté médium (např. papír) se informace dostane jako určité množství barviva, které se nastřádá integračním procesem

z proudu dodávaného tryskou inkoustové tiskárny, z namočeného štětce nebo z otáčejícího se zakončení kuličkového pera. Hybnost (tj. součin hmotnosti a okamžité rychlosti) hmotného objektu (např. závaží mechanického rezonátoru) je dána úplnou historií vnější síly neboli jejím časovým integrálem. Aktuální stav mechanického polohovacího systému (např. poloha ručiček na ciferníku hodin) je dán časovou integrací rychlosti pohyblivé součásti (rychlosti otáčení ručiček). Paměť založená na skladování energie (např. nabitý/nenabitý kapacitor) střeží tuto energii integrací okamžitého výkonu zápisové veličiny v reálném čase.



Obr. 1. Integrační charakter paměti.

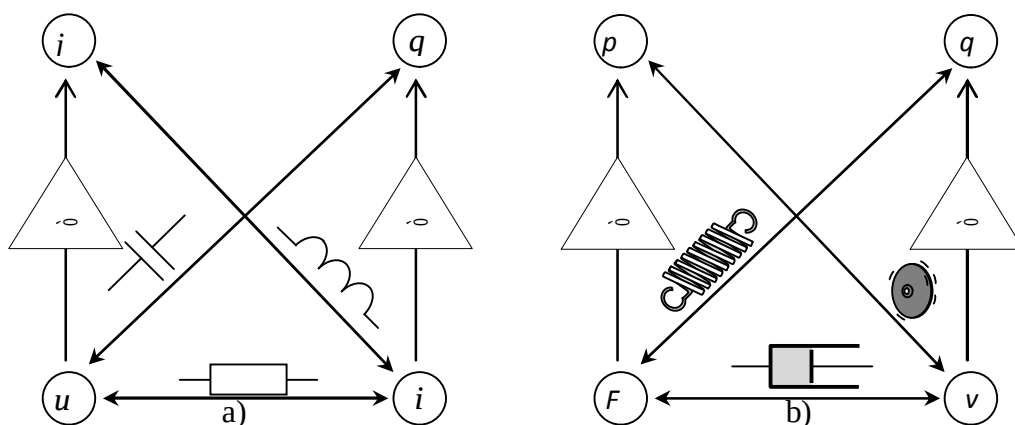
Obecným rysem výše uvedených příkladů paměťového chování je matematické vyjádření míry paměťového efektu jako časového integrálu vnější příčiny, kterou je možno považovat za zápisovou veličinu $w(t)$. Okamžitý stav s paměti je pak dán historií vnější příčiny

$$s(t) = \int w(t)dt \quad (1)$$

Důležitým důsledkem této skutečnosti je automatické ukončení integračního procesu v okamžiku, kdy zápisová veličina zaniká (nulové přírůstky znamenají, že se stav zachovává, viz obr. 1). Pokud by stav paměti nebyl závislý na dalších vlivech, paměť by si mohla podržet svůj obsah neomezeně dlouho. V praxi tomu tak samozřejmě není. Jako nejstálější paměti se prozatím osvědčily hliněné tabulky s klínopisnými texty; moderní záznamová média s retenční dobou řádově desítek let jim prozatím nemohou konkurovat (viz Tab. 1).

3. Úvod do hierarchie paměťových prvků

V roce 2008 bylo v [4] uveřejněno schéma, které představovalo vztah mezi základními pasivními prvky elektrotechniky. Jeho upravená podoba je představena na obr. 2a).



Obr. 2. Souvislost mezi třemi základními pasivními prvky a) elektrotechniky a b) mechaniky.

Mezi napětím u , proudem i a jejich časovými integrály - tokem j a nábojem q - existují tři známé vazby: Ohmův zákon pro rezistor $u = Ri$, vztah $\varphi = Li$ pro induktor a relace $q = Cu$ pro kapacitor. Na obr. 2a) dosud není nakreslen prvek, který by vyjadřoval relaci mezi tokem j a nábojem q . Již v roce 1971 odvodil vlastnosti tohoto čtvrtého chybějícího prvku Leon Chua v publikaci [5] a nazval jej *memristorem*. Objev „HP memristoru“ roku 2008 pak vyvolal mohutnou vlnu zájmu o fundamentální otázku základních pasivních prvků.

Kapacitor C a induktor L jsou (na rozdíl od rezistoru R) po právu vnímány jako paměťové prvky; z obr. 2a) je patrné, proč tomu tak je. Na skladování informace v LC prvcích je sice možno pohlížet jako na skladování energie (která je sama integrální veličinou vzhledem k okamžitému dodávanému výkonu, viz Tab. 2), ale také jako na skladování elektrického náboje q , příp. magnetického toku j . Náboj a tok jsou totiž jako integrální veličiny přirozeně předurčeny pro skladování informace, jak plyne ze schématu na obr. 2 a).

Pro kapacitor má rovnice (1) tvar $q(t) = \int i(t)dt$. Kapacitor stírá náboj $q(t)$ postupnou integrací protékajícího proudu $i(t)$. Když proud přestane protékat např. kvůli odpojení od zdroje energie, náboj se přestane měnit a zůstane na posledně uložené hodnotě. Pro uchování náboje je ovšem nutné zamezit úniku náboje, tj. svorky kapacitoru musí po ukončení zápisu zůstat rozpojené. Každý reálný kapacitor má však svod, který způsobuje samovolné vybíjení. Paměti DRAM, které skladují elektrický náboj, proto musí být vybaveny přídatnými obvody pro vykompenzování tohoto nežádoucího jevu.

Mechanické paměťové prvky jsou představeny na obr. 2b). Mechanickou obdobou rezistoru může být tlumič, který zavádí pevnou vazbu mezi působící silou F a rychlostí pohybu v . Mechanickou obdobou kapacitoru může být pružina, resp. vzorek pružného materiálu např. v mikromechanickém systému. Mechanickým ekvivalentem elektrické kapacity je poddajnost, která zajišťuje relaci mezi vnější silou F a protažením materiálu q .

Pro elektrický induktor má rovnice (1) tvar $\varphi(t) = \int u(t)dt$. V induktoru se stírá magnetický tok $j(t)$ integrací svorkového napětí $u(t)$. Aby zůstal magnetický tok zachován i po ukončení zápisu, je nutné zajistit na svorkách induktoru nulové napětí, což znamená provést mezi svorkami dokonalý zkrat. Každý reálný induktor má ovšem nenulový odpor, který způsobí postupné utlumení proudu. Uskladnit energii ve formě magnetického toku lze v supravodivých cívkách, u kterých lze zajistit bezeztrátové kolování proudu.

Mechanickou analogií induktoru je podle obr. 2b) pohybující se hmota. Obdobou elektrické indukčnosti je hmotnost M , která zajišťuje vazbu mezi okamžitou rychlostí v a hybností p pohybující se hmoty. Mechanickou analogií supravodivé zkratované cívky je idealizovaný případ rovnoměrného pohybu hmoty. Reálným příkladem je např. pohyb objektů sluneční soustavy, který byl kdysi vzorem pro sestavení prvního stroje pro záznam historie proudu času neboli hodinového stroje jako důmyslné analogové paměti. Není bez zajímavosti, že rozsáhlé struktury vzdáleného vesmíru (které mnohým vědcům připomínají svým tvarem mozek) jsou také považovány za druh paměti, ze které lze vyčíst informace o historii vesmíru. Pokud jde o technické aplikace, mechanické paměťové prvky nacházíme v moderních systémech MEMS (**M**icro-**E**lectro-**M**echanical **S**ystems).

Pro realizaci moderních paměťových prvků se používá stále širší paleta nejrůznějších fyzikálních principů. Obr. 2 se dá rozšířit o schémata platná pro další fyzikální platformy, které mají své vlastní ekvivalenty základních pasivních prvků. Do dnešní doby byly dobře popsány mechanické, termální, hydraulické a jiné verze rezistoru, kapacitoru, induktoru a v omezené míře dokonce i memristoru.

4. Konstituční relace

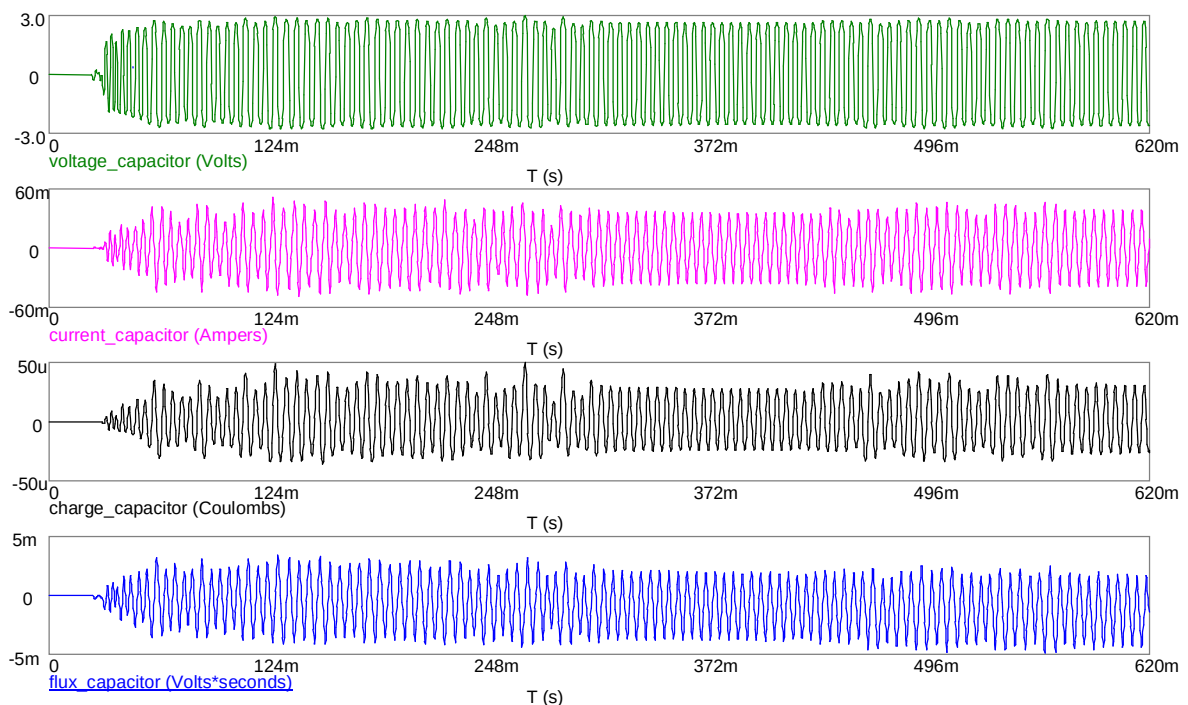
V letech 1980 až 1984 byly publikovány zásadní články [6] – [8], v nichž autor Leon O. Chua vysvětlil, mimo jiné, zásady „správného modelování“ složitých nelineárních systémů. Když se později ukázalo, že tyto práce poskytují klíč k řešení potíží, které vznikají s matematickým popisem nanosoučástek, Chua aktualizoval toto téma v souhrnné práci [2].

Základní myšlenka „správného modelování“ je jednoduchá: lze-li jednoznačně definovat hranice systému, které jej oddělují od jeho okolí, pak „správný model“ systému nemůže záviset na tomto okolí. Je to naopak - všechny informace, nutné k predikci chování systému při působení libovolných vlivů okolí, musí být obsaženy uvnitř modelu.

V technické praxi se často setkáváme s modely, které sice nejsou „správné“, avšak plně postačují k popisu reality za předpokladu, že se okolí chová v rámci předem daných omezení. V předmětech zabývajících se základy elektrotechniky například běžně používáme modely *RLC* obvodů, vedoucí k výpočtům svorkových impedancí a ke konstrukcím náhradních modelů, sestávajících z rezistorů a reaktančních prvků s kmitočtově závislými odpory, indukčnostmi či kapacitami. Tyto malosignálové modely mají svou cenu při analýze obvodů v harmonických ustálených stavech, avšak nemohou být využity k výpočtům odezev na signály libovolných časových průběhů a už vůbec nepostihují „velkosignálové“ nelineární chování obvodu. To je pouze jeden z příkladů, kdy model závisí na okolí, konkrétně na způsobu vnějšího buzení.

„Správný model“ systému lze složit pouze ze „správných modelů“ jeho komponent. Pro jednoduchost se omezíme na komponenty typu elektrický dvojpól. „Správným modelem“ dvojpólu je jeho tzv. konstituční relace (KR). Chua ukazuje, že KR klasických součástek typu *R*, *L* a *C* jsou jejich charakteristiky, které se běžně používají: ampérvoltová pro rezistor, weber-ampérová pro induktor, a coulomb-voltová pro kapacitor. Každá KR je výhradní vlastností prvku a jeho okolí ji nemůže nijak změnit.

Uvažujme případ kapacitoru *C*, který je součástí obvodu buzeného velmi složitým signálem (podrobnosti k tomuto příkladu viz kapitola Simulace a emulace mem-systémů). Na obr. 3 jsou uvedeny výsledky simulace pro napětí, proud, náboj a tok na kapacitoru *C*, tj. pro všechny čtyři veličiny z hierarchie naznačené na obr. 2a).



Obr. 3. Napětí, proud, náboj a tok na kapacitoru *C* jako odezvy na audiosignál.

Podle zásad „správného modelování“ by měl kapacitor svazovat obvodové veličiny relací, která je typická pro kapacitor a nezávisí na vnějším buzení, nýbrž pouze na vlastnostech tohoto kapacitoru. To znamená, že zpětnou analýzou časových průběhů z obr. 3 bychom měli přijít nejen na to, že součástka, na které jsou veličiny změřeny, je kapacitor; z těchto křivek bychom dokonce měli být schopni zjistit i jeho fundamentální charakteristiku - konstituční relaci.

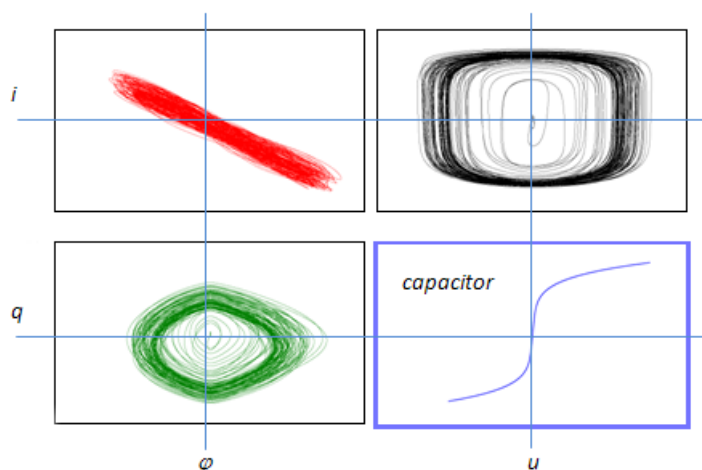
Na první pohled je nemožné zjistit mezi časovými průběhy z obr. 3 jakoukoliv spojitost. Případná korelace by se však objevila u grafu, který by měl na osách umístěny právě ty dvě veličiny, mezi které prvek vnáší vazbu.

Na obr. 4 jsou vyobrazeny všechny kombinace vzájemných relací mezi veličinami z obr. 3, tj. napětím, proudem, tokem (tj. časovým integrálem z napětí – nezaměňovat s magnetickým tokem) a nábojem kapacitoru. Jak napovídá použitá symbolika, na vodorovných osách grafů jsou vyneseny proud a náboj a na svislých osách jsou tok a napětí. Na první pohled je vidět, že veličinami, mezi které vnáší kapacitor jednoznačnou vazbu, jsou napětí a náboj. Konstituční relací pro kapacitor je tedy jeho volt-coulombová charakteristika, které se pracovní bod vytrvale drží a opakovaně po ní putuje bez ohledu na složitost vnějšího buzení. Vyjadřuje neměnnou vlastnost prvku; zbytek obvodu se přizpůsobuje prvku tak, aby umožnil platnost KR.

Podle obr. 4 je kapacitor silně nelineární, neboť jeho KR je nelineární funkcí. Nelinearita prvku se dá vyjádřit jako závislost dominantního parametru (v tomto případě kapacity) na některé z konstitučních proměnných (v tomto případě na napětí nebo náboji). KR je lineární pouze tehdy, je-li dominantní parametr prvku nezávislý na konstitučních proměnných. Je-li KR (ne)lineární funkcí, pak je prvek také (ne)lineární.

Konstituční relací pro rezistor je volt-ampérová charakteristika.

Konstituční relací pro induktor je weber-ampérová charakteristika.



Obr. 4. Vzájemné relace napětí, proudu, náboje a toku na kapacitoru při buzení audiosignálem.

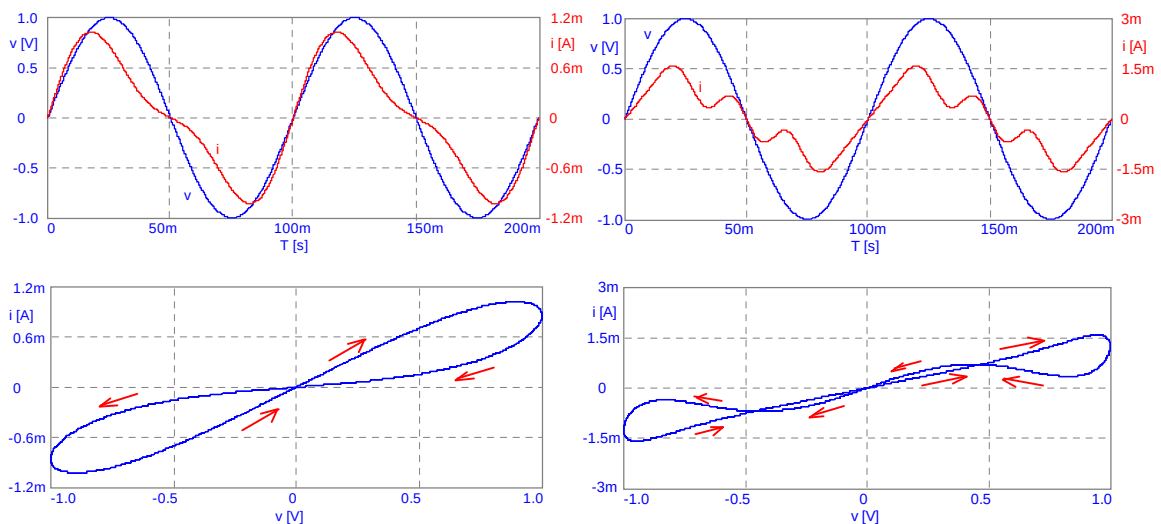
Zcela obecně platí, že dvojpól svazuje mezi sebou vždy dvě obvodové veličiny relací typu $f(u^{(\alpha)}, i^{(\beta)}) = 0$, kde veličiny $u^{(\alpha)}$ a $i^{(\beta)}$ jsou odvozeny od svorkového napětí u a proudu i . Celočíselné indexy α a β udávají řád derivace (pro kladný index), resp. integrace (záporný index) podle času. Například napětí s indexem (-1) udává časový integrál napětí, index (-2) znamená integrál z integrálu, index $(+1)$ první derivaci podle času, atd. Tímto způsobem je do konstitučních relací prvků R , L a C zaveden logický řád: rezistor je speciálním případem prvku typu $(\alpha, \beta) = (0, 0)$. Kapacitor je prvek typu $(0, -1)$, protože jeho KR je vztahem mezi napětím ($\alpha = 0$) a nábojem, který je časovým integrálem proudu ($\beta = -1$). Podobně induktor je

prvkem typu $(-1, 0)$, neboť jeho KR je vztahem mezi tokem, tj. časovým integrálem napětí, a proudem.

Z minulé ukázky lze odvodit, že zvolíme-li pro charakterizaci rezistoru jinou souřadnou soustavu než napětí a proud, pro charakterizaci kapacitoru jinou soustavu než napětí a náboj, a pro induktor jinou soustavu než tok a proud, pak při buzení prvku signálem obecného časového průběhu (například hudebního signálu) získáme změřt zdánlivě chaoticky vykreslovaných křivek, které daný prvek jednoznačně necharakterizují. Získání KR prvku je tedy větší správné volby dvojice svorkových veličin, resp. větší správné volby indexů α a β .

5. Memristor, memkapacitor a meminduktor

V roce 1971 byl axiomaticky zaveden další obvodový prvek, memristor [5], a jeho první „prototyp“ ve formě pasivní elektrické součástky v pevné fázi byl vyroben v r. 2008 firmou Hewlett-Packard [4]. Memristor je prvkem typu $(-1, -1)$, takže jeho KR udává vztah mezi časovým integrálem napětí a časovým integrálem proudu, tj. mezi tokem a nábojem. Znamená to, že memristor doplňuje trojici základních prvků R , L a C na obr. 2 a) v tom smyslu, že obsazuje dosud volnou pozici v horní straně čtverce. Vlastnosti memristoru byly popsány v mnoha článcích (viz např. souhrnné pojednání [9]). Tato součástka je charakterizována jako rezistor, jehož odpor není konstantní, ale závisí na časovém integrálu jeho svorkového napětí, resp. proudu, tedy na celé historii jeho buzení. Tato vlastnost jej zásadně odlišuje od klasického nelineárního rezistoru, jehož odpor je jednoznačně určen napětím na rezistoru v daném časovém okamžiku. Protože odpor memristoru závisí na celé historii buzení, jde o paměťový prvek. Zatímco jeho konstituční relace $f(u^{(-1)}, i^{(-1)}) = 0$ je nezávislá na způsobu interakce memristoru s okolím, totéž se nedá říci o jeho ampérvoltové charakteristice. Budíme-li memristor periodickým signálem, vytvoří se v souřadném systému napětí-proud typická hysterezní smyčka, označovaná termínem „pinched hysteresis loop“ (tj. „skřípnutá“ hysterezní smyčka), viz obr. 5. Termín „pinched“ označuje skutečnost, že smyčka se postupně zužuje v okolí počátku souřadné soustavy tak, že tímto počátkem procházejí obě její ramena. Hystereze je důsledkem toho, že odpor memristoru nezávisí jednoznačně na okamžité hodnotě budicího signálu, takže sklon ampérvoltové charakteristiky, který je dán velikostí odporu, může nabývat pro stejné velikosti napětí různých hodnot. Atribut „pinched“ znamená, že při nulovém napětí musí téci nulový proud, neboť memristor se vzhledem k jeho svorkám chová jako rezistor, pro nějž platí Ohmův zákon.

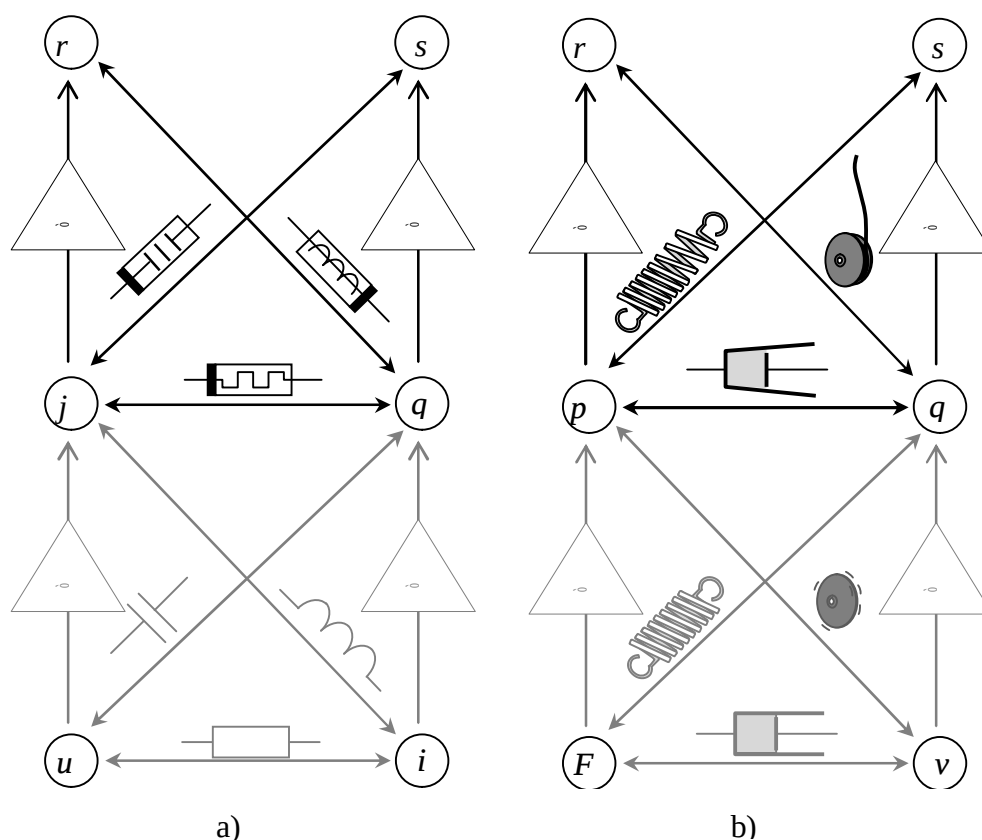


Obr. 5. Příklady časových průběhů napětí a proudů a hysterezních smyček memristorů buzených harmonickým napětím.

O potenciálních aplikacích memristoru jako digitální, případně i analogové paměti, je pojednáno v řadě článků, například v [10].

V roce 2008 L.Chua předpovídá na konferenci [11] existenci dalších paměťových prvků, tzv. memkapacitoru a meminduktoru, a vyzývá přítomné zástupce firmy Hewlett-Packard, aby zahájili výzkum pro jejich využívání v pamětech pro počítačový průmysl.

Všechny tři „mem-prvky“ je možno graficky znázornit schématem na obr. 6, které představuje rozšíření „základny“ klasických prvků R , L , C o „nastavbu“ jejich paměťových variant. Podrobnosti je možno nalézt v [12].



Obr. 6. Paměťové varianty RLC prvků a) v elektrotechnice [12], b) v mechanice.

Již v roce 1972 vysvětlili Oster a Auslander v práci [13], že mechanickým memristorem je každý tlumič, jehož odpor je závislý na poloze pístu. Zatímco mezi působící silou a okamžitou rychlostí pístu je možno sledovat typickou hysterezi, vztah mezi integrálem síly (hybností p) a integrálem rychlosti (polohou q) je jednoznačnou závislostí neboli konstituční relací.

Mechanickou analogií meminduktoru je např. oblíbená hračka – *jojo*. Při vertikálním pohybu se mění hmotnost *joja* díky hmotnosti navíjené nebo odvíjené niti. Hmotnost *joja*, která je mechanickým ekvivalentem elektrické indukčnosti, tedy závisí na jeho úhlovém natočení neboli poloze q , která je integrálem proměnlivé rychlosti otáčení v . Je to stejné jako u meminduktoru, jehož indukčnost je závislá na historii proudu. Jinou mechanickou analogií meminduktoru je možno nalézt v [14].

Mechanickým memkapacitorem by mohla být pružina vyrobená z paměťového materiálu, který mění svou poddajnost (obdoba elektrické kapacity) v závislosti na úsilí p (integrálu síly F), které je vkládáno do jeho deformace.

Je pozoruhodné, že všechny tři paměťové prvky – memristor, memkapacitor i meminduktor – mají z hlediska stavového popisu jednotnou vnitřní strukturu (viz Tab. 3). Okamžitá hodnota dominantního parametru prvku (odpor, kapacita nebo indukčnost) je odvozena od okamžitého stavu paměti. Paměť je vždy realizována čistou jednostupňovou integrací fyzikální veličiny, která je pro daný typ prvku „nativní“.

Memristor se jako prvek fyzikálně zařazuje do proudového pole, ve kterém se volné nosiče náboje pohybují vodičem ve směru napětového spádu (intenzita E) podél tohoto vodiče. Sám memristor působí v toku nábojů jako překážka projevující se jako elektrický odpor, takže mezi napětím a proudem stále platí vztah Ohmova zákona pro odpor $u(t) = R(q)i(t)$, resp. pro vodivost $i(t) = G(\varphi)u(t)$.

Memkapacitor je prvkem patřícím do elektrostatického pole, jehož zdrojem je statický náboj vytvářející statický indukční tok Y . V teorii elektrostatického pole se indukční tok a náboj jednotkově ztotožňují, tj. indukční tok se udává v Coulombech. V případě kapacitoru platí, že veškerý tok tekoucí skrze dielektrikum je roven tomuto náboji. Sám memkapacitor působí v tomto toku jako překážka a projevuje se jako elektrostatický odpor D rovný převrácené hodnotě kapacity. Platí zde KR $u(t) = D(\sigma)q(t)$, resp. $q(t) = C(\varphi)u(t)$, kde kapacita C je z fyzikálního hlediska elektrostatickou vodivostí.

Meminduktor fyzikálně patří do elektromagnetického pole, jehož zdrojem je pohybující se elektrický náboj neboli elektrický proud. Proto v současné terminologii teorie elektromagnetického pole vystupuje elektrický proud v roli magnetického napětí, které s ním souhlasí i jednotkově, tj. magnetické napětí se udává v ampérech. Sám meminduktor působí jako překážka magnetickému indukčnímu toku a projevuje se jako magnetický odpor L rovný převrácené hodnotě indukčnosti. KR má tvar $i(t) = \Lambda(\varphi)\varphi(t)$, resp. $\varphi(t) = L(q)i(t)$, kde indukčnost L je z fyzikálního hlediska magnetickou vodivostí.

Z Tab. 3 je zřejmá podstata paměťového efektu mem-prvků. Informace je zapsána do proměnlivého parametru prvku (odpor, kapacita, indukčnost) prostřednictvím pole, které je generováno konstituční veličinou. Stálost paměti je pak dána tím, že hodnota tohoto parametru zůstává po odpojení od zdroje energie zachována. Toho může být dosaženo jedinečně zrušením fyzikálního pole, které je s tímto prvkem spojeno. Dokud toto pole existuje, dochází ke změnám parametrů neboli k zápisu do paměti.

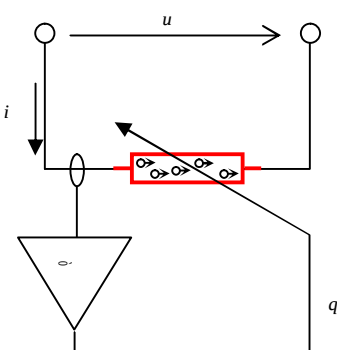
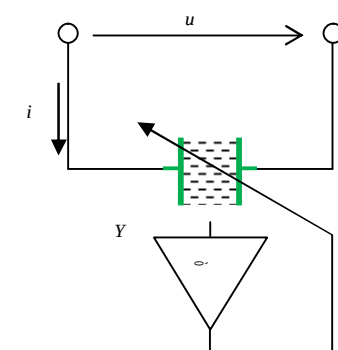
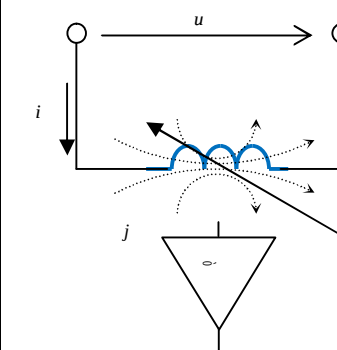
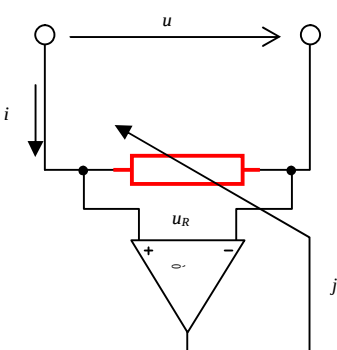
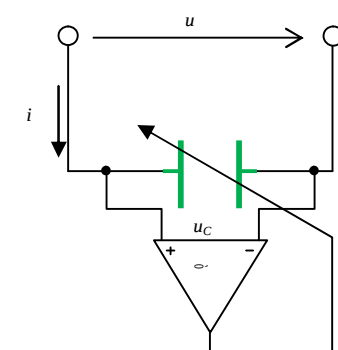
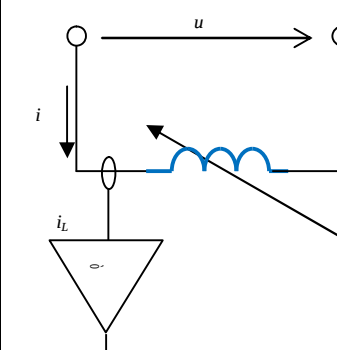
V případě memristoru musí „vymizet“ proudové pole, což prakticky znamená zajistit nulové napětí nebo nulový proud memristorem zkratováním nebo rozpojením svorek.

U memkapacitoru musíme zajistit zrušení elektrostatického pole. Prakticky to znamená odčerpání veškerého náboje z memkapacitoru, tj. zajistit svorky zkratem. Překvapením může být skutečnost, že nestačí pouze odpojit nabitý memkapacitor od zbytku obvodu.

Meminduktor musí ztratit elektromagnetické pole, tj. musí dojít k zastavení nosičů proudu, které toto pole generují. Prakticky to znamená přivést proud tekoucí meminduktorem k nule a rozpojením svorek zajistit, že nulovým zůstane. Je dobré si uvědomit, že ideální meminduktor nelze takto „zajistit“ zkratováním svorek, neboť případný proud součástíou by takto nezanikl.

Mem-prvky jako paměti se tedy zásadně liší od prvků klasických: zatímco paměťový efekt kapacitoru a induktoru spočíval ve schopnosti prvku udržet si energii, stav „pamatování“ memkapacitoru a meminduktoru je naopak podmíněn tím, že se prvek veškeré energie zbaví. Mem-prvky jsou unikátní tím, že si nepamatují energii, nýbrž parametry. Tato skutečnost má samozřejmě velký praktický význam.

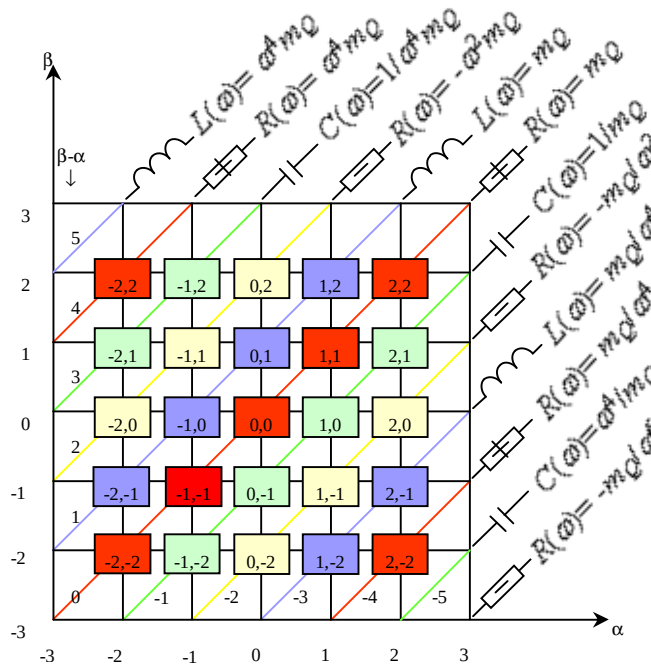
Z hlediska periodické tabulky prvků je memristor prvkem typu $(-1, -1)$, memkapacitor prvkem $(-1, -2)$ a meminduktor je prvkem $(-2, -1)$. Při periodickém buzení vykazují všechny mem-prvky jednotný znak, kterým je „skřípnutá“ hysterezní závislost mezi derivacemi konstitučních proměnných.

Memristor	Memkapacitor	Meminduktor	Poznámka
 i - tok nosičů náboje	 $\psi = q = \int i dt$- dielektrický tok	 $\varphi = \int u dt$- magnetický tok	prvky řízené tokem (flow)
 u_R - napětí proudového pole	 u_C - napětí elstat. pole	 i_L - magnetické napětí	prvky řízené napětím (effort)

Tab. 3. Stavové diagramy mem-prvků.

6. Periodická soustava základních prvků elektrotechniky

Ukazuje se, že schéma základních prvků na obr. 3 není konečné. Ve své souhrnné práci [2] ukázal L. Chua, že za stavební kameny „správného modelování“ složitých nelineárních systémů je možno volit množinu nekonečně mnoha prvků vyššího řádu neboli tzv. (α, β) elementů, o nichž se zmiňujeme v kapitole 5. Každý takovýto element je tedy definován konstituční relací mezi veličinami $u^{(\alpha)}(t)$ a $i^{(\beta)}(t)$, která je invariantní vůči způsobu signálového buzení součástky a jejímu začlenění do obvodu. Na základě linearizace konstituční relace v pracovním bodě a klasické Laplaceovy/Fourierovy transformace je zaveden koncept malosignálové impedance (α, β) elementu. Každý prvek vyššího řádu lze klasifikovat jako kmitočtově nezávislý (prvky R, L, C , memristor, jejichž malosignálové parametry, tj. odpor, indukčnost, kapacita a memristance jsou nezávislé na střídavém buzení), nebo kmitočtově závislý (rezistor, negativní rezistor, induktor, kapacitor, jejichž malosignálové parametry jsou závislé na kmitočtu). Na základě tohoto členění je vytvořena tzv. periodická tabulka obvodových prvků na obr. 7 jako obdoba známé Mendělejevovy tabulky chemických prvků [2].



Obr. 7. Periodická tabulka prvků (a, b) podle Chuy. Převzato a upraveno z [2]. Každý obdélníček s čísly a, b symbolicky znázorňuje (a, b) element. Symboly R, L, C a připojené vzorce představují malosignálové lineární modely prvků vyšších řádů.

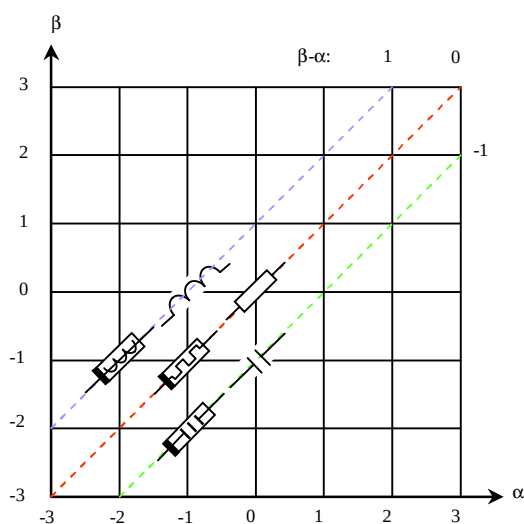
Obrázek 8 připomíná místo klasických prvků R, L, C a jejich paměťových variant v této tabulce.

Při malosignálovém buzení (α, β) elementu v okolí jeho pracovního bodu Q , umístěného na KR, se tento element chová jako lineární dvojčl o impedanci [2]

$$Z_Q(j\omega) = (j\omega)^{\beta-\alpha} m_Q, \quad (2)$$

kde symbolem m_Q je označena strmota KR v pracovním bodě.

Je zřejmé, že charakter malosignálové impedance závisí na rozdílu $\beta - \alpha$. V periodické tabulce prvků na obr. 7 je tento rozdíl parametrem sítě přímk. Pokud je nulový, impedance má odporový charakter. Pro 1 a -1 je charakter induktivní a kapacitní. Dvojka a mínus dvojka vedou na záporné reálné číslo, závislé na kmitočtu. Prvek se tedy chová jako kmitočtově závislý záporný odpor. Trojka má za následek záporné a mínus trojka kladné imaginární číslo a prvek má kapacitní, resp. induktivní charakter s kapacitou, resp. indukčností závislou na kmitočtu. Čtyřka, resp. mínus čtyřka bude opět znamenat rezistivní charakter a prvek bude mít kladný kmitočtově závislý odpor. Charakter prvku tedy vykazuje přísnou periodicitu v závislosti na rozdílu $\beta - \alpha$.



Obr. 8. Umístění pasivních prvků typu R , L , C , memristoru, memkapacitoru a meminduktoru v periodické tabulce prvků (a , b).

Lineární obvodové prvky o parametru $\beta - \alpha = -2$ se používají při konstrukci aktivních filtrů jako tzv. prvky FDNR (Frequency Dependent Negative Resistance, česky „Dvojně kapacity“).

Z obr. 8 vyplývá, že paměťové prvky typu memristor, memkapacitor a meminduktor leží na stejných přímkách o parametrech $\beta - \alpha = 0$, -1 a $+1$ jako jejich klasické varianty R , L a C a tudíž mají stejné linearizované modely. Paměťových efektů lze využít pouze ve „velkosignálovém“ režimu, kdy se uplatňují typické nelineární vlastnosti mem-prvků.

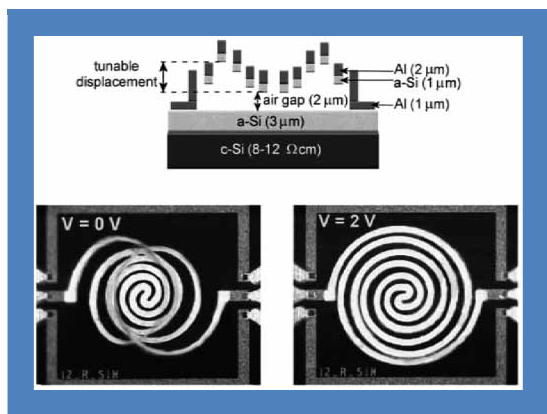
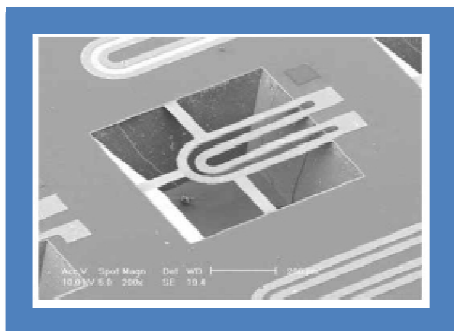
Ze srovnání obrázků 7 a 8 je zřejmé, že pouze několik typů obvodových prvků z celé periodické tabulky bylo dosud teoreticky zkoumáno, a v současnosti pouze čtyři z nich existují jako fyzicky realizovatelné pasivní součástky (R , L , C , memristor). Dosud poslední „zaplnění“ prázdného místa v periodické tabulce prvků je spojeno právě s výrobou „HP memristoru“ v r. 2008. L. Chua o tom hovoří takto (volný překlad z anglického textu v [15]):

Ocitl jsem se v podobné situaci jako ruský chemik Dmitrij Mendělejev, který objevil svoji periodickou tabulku v roce 1869. Mendělejev předpokládal, že některé prvky v tabulce chybí. V současnosti jsou již všechny objeveny. Nyní nastává podobná situace: Stanley Williams z HP laboratoří našel první příklad chybějícího obvodového prvku – memristoru.

Čas ukáže, jakým způsobem a v jakém pořadí budou objevovány další „chybějící prvky“ z tabulky na obr. 7, a které z nich budou prakticky využitelné právě jako paměťové součástky.

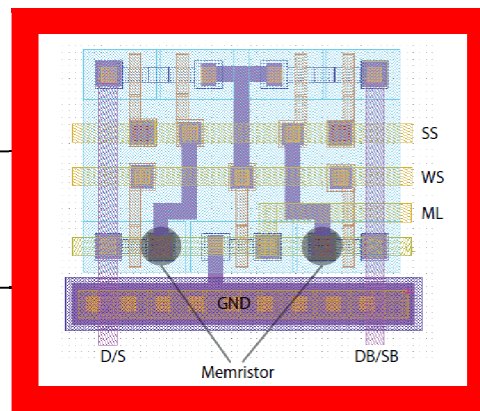
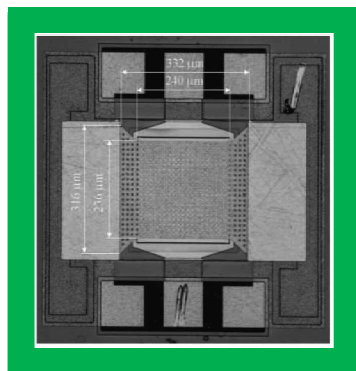
Na obr. 9 jsou představeny některé příklady technické realizace mem-prvků. V zájmu přesnosti je nutno dodat, že čistý memkapacitor a meminduktor se dosud nepodařilo objevit, ukázky jsou příklady memkapacitních a meminduktivních systémů. Rozdíly mezi memkapacitorem (meminduktorem) a memkapacitivním (meminduktivním) systémem jsou stejného druhu jako rozdíly mezi memristorem a memristivním systémem, viz např. [1]

Meminduktivní systém. Proud zahřívá vnitřní cívku, ta mění svoji polohu a tím se mění výsledná indukčnost. 2004 [10].

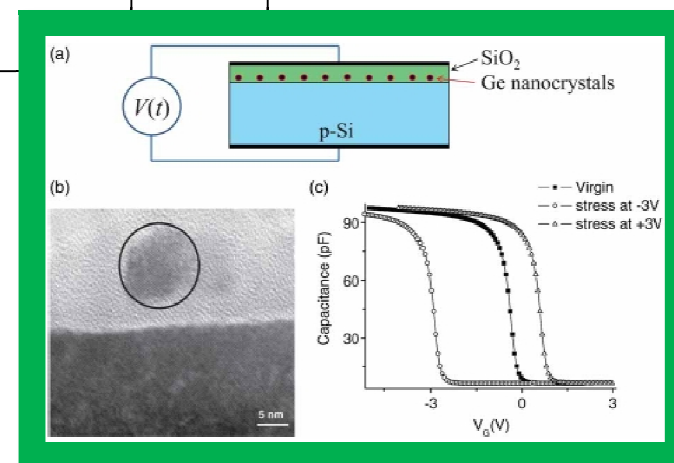
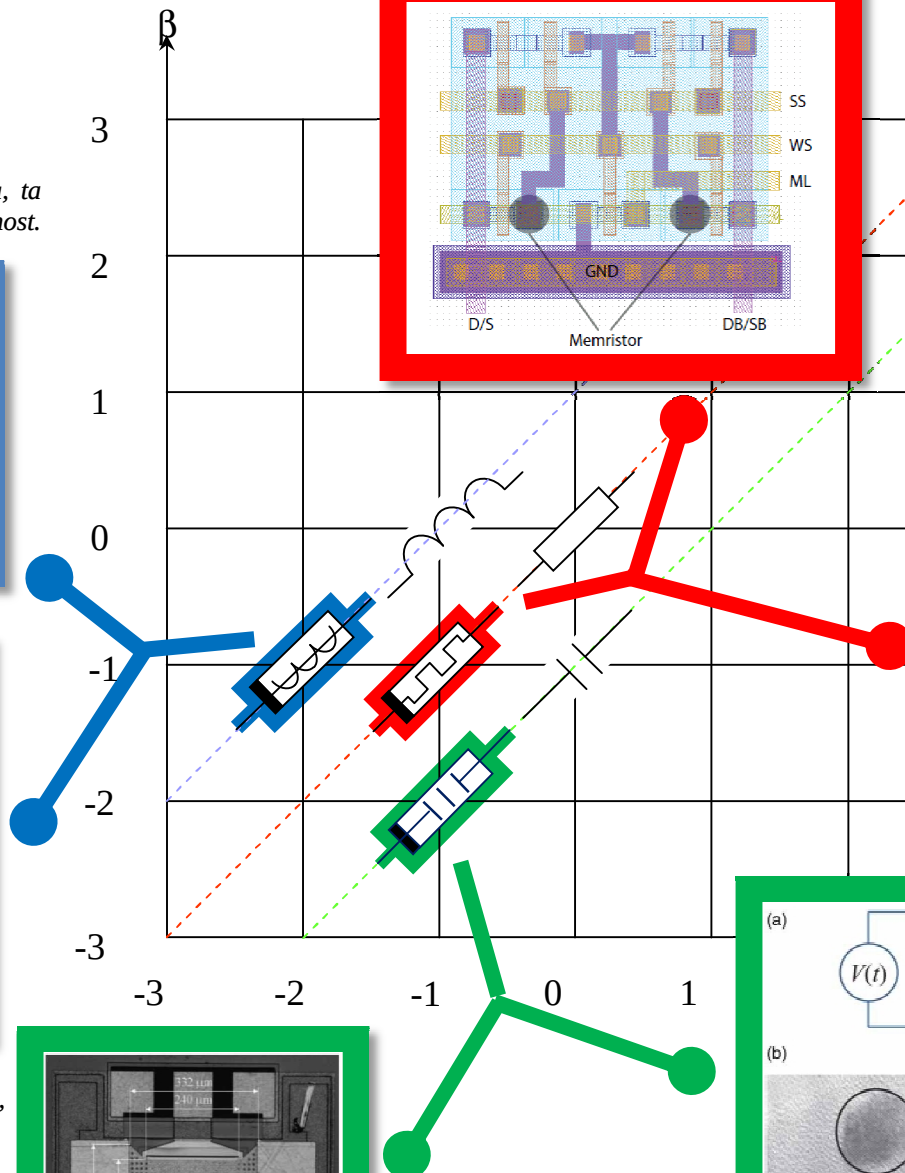
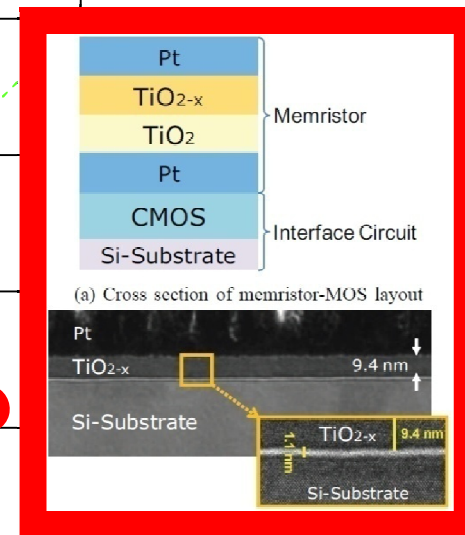


Meminduktivní systém s proměnnou 3D strukturou, 2006 [10].

Memkapacitní systém vyrobený jako MEMS, 2002 [10].



Realizace MCAM paměťové buňky s memristorem, 2010 [3].



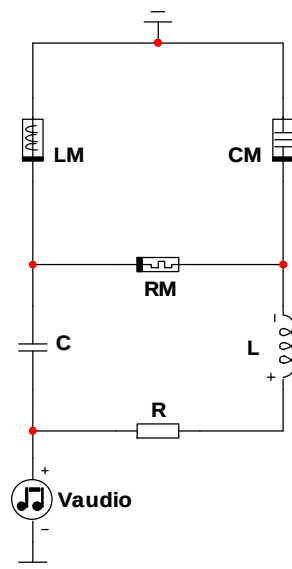
Memkapacitní MOS struktura se zabudovanými nanokrystaly, slibný nástupce FLASH, 2006 [10].

Obr. 9. Příklady realizace mem-prvků.

7. Simulace a emulace mem-systémů

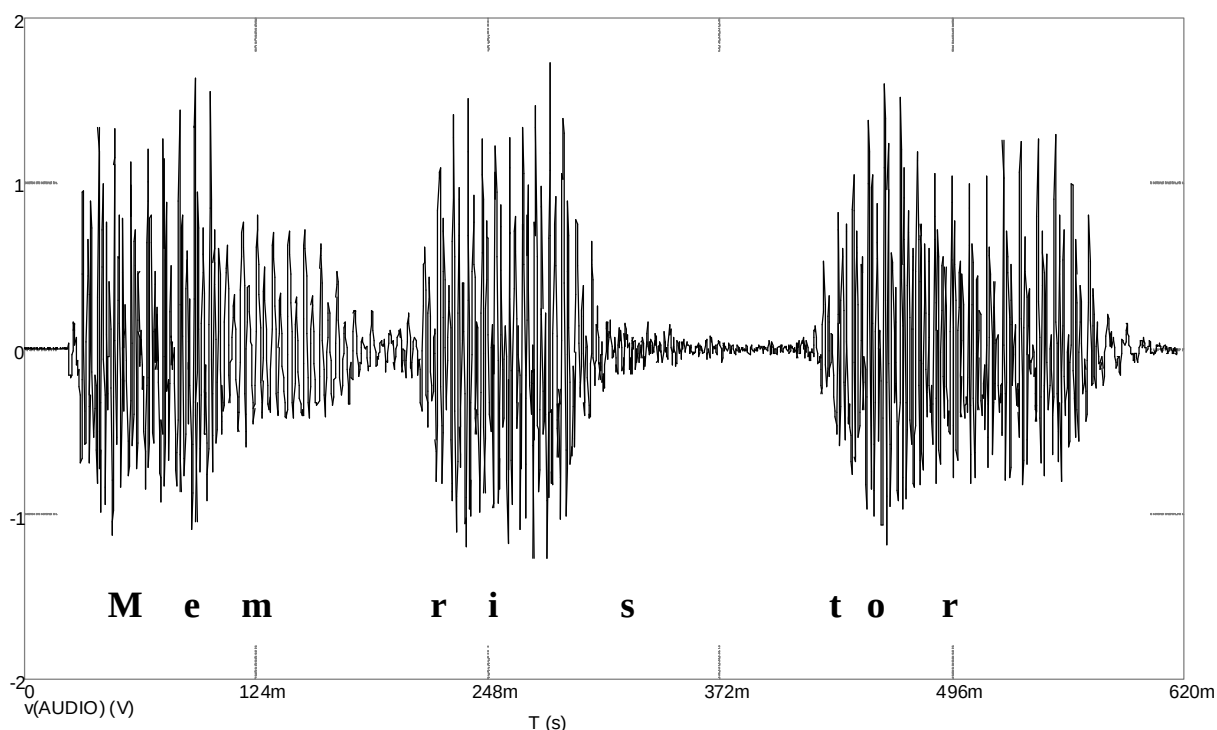
Periodická tabulka základních prvků elektrotechniky umožňuje matematicky popsat všechny její elementy. Sestavením příslušného matematického modelu se nám tak otevírá pozoruhodná příležitost – můžeme provádět realistické počítačové experimenty s prvky, které dosud nebyly objeveny. Prostřednictvím počítačových simulací tak badatelé získávají v teoretické přípravě cenný náskok. Prakticky ihned po zveřejnění objevu „HP memristoru“ v r. 2008 vznikly modely memristoru ve formátu SPICE [16 - 18], dnes je možno experimentovat dokonce i s různými variantami modelů memkapacitoru a meminduktoru [19 - 21]. Podle následujících ukázek si může čtenář utvořit představu, jaké detaily o chování mnohdy hypotetických součástek lze zjistit pomocí precizních modelů a výkonného simulačního softwaru.

Všech šest základních pasivních prvků – rezistor R , kapacitor C , induktor L , memristor MR , memkapacitor MC a meminduktor ML – propojíme mezi sebou podle obr. 10 a výsledný obvod budeme budit ze zdroje napětíového signálu s velmi složitým časovým průběhem. Zapojení bylo z čistě symbolických důvodů vybráno tak, aby napodobovalo vazby mezi prvky periodické tabulky.



Obr. 10. Dvojčlun tvořený šesticí základních pasivních prvků, buzený složitým signálem.

Obvod je buzen akustickým signálem, který byl získán digitalizací slova „memristor“ vysloveného Leonem Chuou na sympoziu o memristivních systémech v listopadu 2008 v Berkeley. Časový průběh signálu je zřejmý z obr. 11.



Obr. 11. Časový průběh budicího signálu.

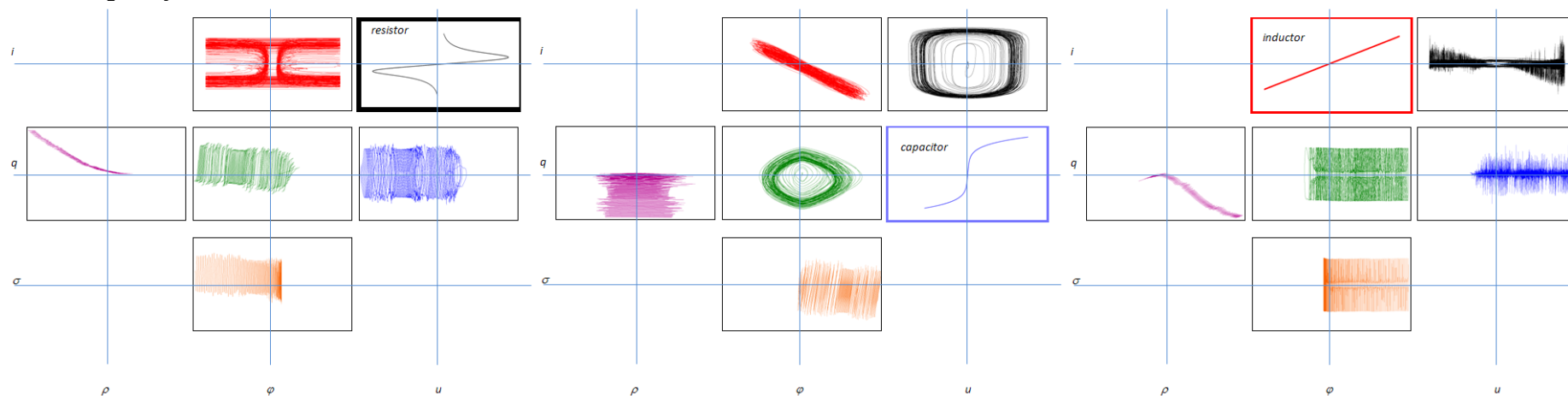
Parametry prvků jsou uvedeny v Tab. 4. Parametry mem-prvků byly zvoleny s ohledem na jejich požadovanou dynamiku tak, aby navzdory vysokému kmitočtu budicího signálu vynikly jejich hysterezní efekty.

Prvek	Parametry	Poznámka
R (rezistor)	$R=10^5(v_R^4+1)$	Nelineární rezistor, v_R je napětí na rezistoru
L (induktor)	$L=10^{-3}(i_L^5+1)$	Nelineární induktor, i_L je proud induktorem
C (kapacitor)	$C=10^{-6}(v_C^4+1)$	Nelineární kapacitor, v_C je napětí na kapacitoru
RM (memristor)	$R_{on}=100k, R_{off}=16k, R_{init}=1k,$ $D=10nm, p=1, m_d=2E-12$	Memristor s nelineárním driftem dopantů, parametry viz [17]
LM (meminduktor)	$L_{min}=1mH, L_{max}=100mH, L_{init}=80mH,$ $k=3000, p=10$	parametry viz [20]
CM (memkapacitor)	$C_{min}=10nF, C_{max}=10mF, C_{init}=16nF,$ $k=5E9, p=1$	parametry viz [19,21]

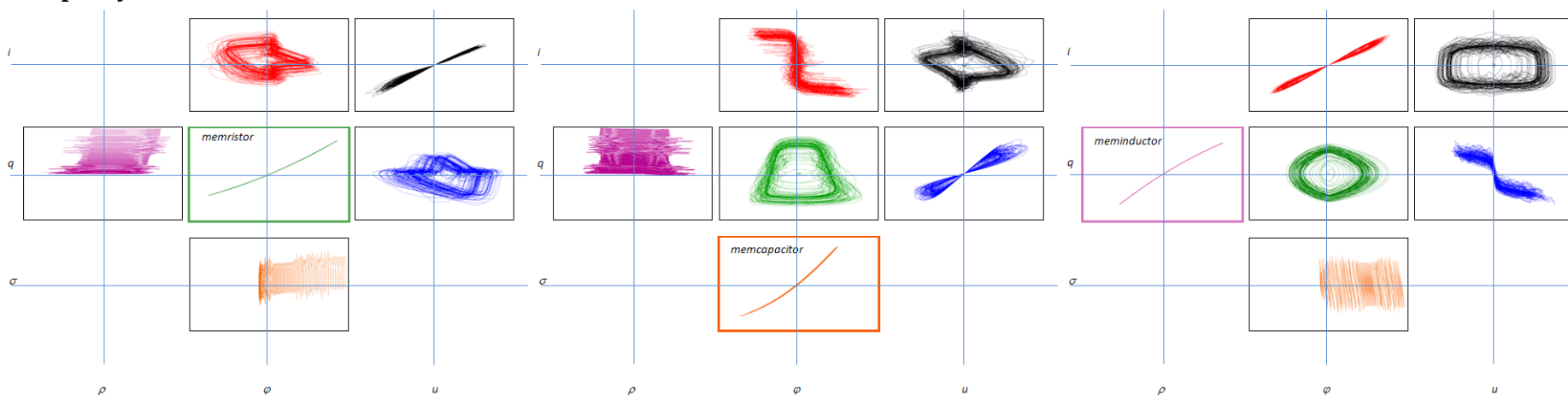
Tab. 4. Parametry součástek ze schématu na obr. 10.

Na obr. 12 jsou grafy pro všech šest základních pasivních prvků se všemi smysluplnými kombinacemi veličin u, i, j, q, r a s podle hierarchie z obr. 3. Umístění grafů pro jednotlivé dvojice veličin přesně odpovídá umístění základních prvků do periodické tabulky podle obr. 8. Většina grafů ukazuje chaotické křivky, pouze jeden graf pro každý prvek ukazuje jednoznačnou křivku – konstituční relaci prvku.

Klasické prvky R, C, L



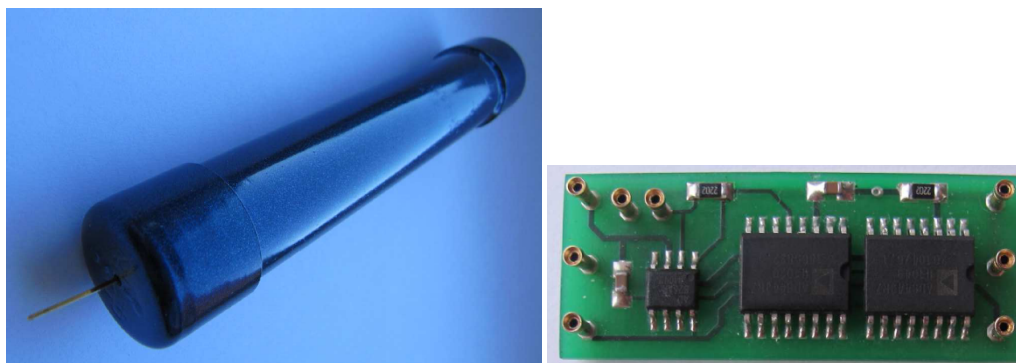
Memprvky MR, MC, ML



Obr. 12. Trajektorie pracovního bodu při buzení audiosignálem. Pouze jedna u každého prvku je jednoznačnou funkcí - konstituční relací.

Všimněme si, za jakých okolností vznikají v případě mem-prvků „skřípnuté“ hysterezní smyčky. Vznikají mezi derivacemi konstitučních proměnných, tj. mezi veličinami, ze kterých vzešly konstituční proměnné procesem integrace (závislosti $u-i$ u memristoru, $u-q$ u memkapacitoru a $j-i$ u meminduktoru).

V poslední době nabývají na praktickém významu tzv. emulátory mem-prvků [22 – 30]. Jedná se o zařízení věrně imitující chování příslušného mem-prvku, které lze zapojit do obvodu jako elektrický dvojpól. S emulátorem lze tedy provádět reálné experimenty s využitím standardní měřicí a vyhodnocovací techniky.



Obr. 13. Emulátor memristoru a jeho vnitřní elektronika [29].

Na obr. 13 je ukázka emulátoru memristoru postaveného na základě analogových obvodů. Poslední novinkou jsou tzv. hybridní emulátory využívající mikrokontroléry, které umožňují emulaci libovolného mem-prvku, přičemž jeho konstituční relaci lze libovolně tvarovat programem [30]. Těmto univerzálním emulátorům mem-prvků se začíná říkat „memulátory“.

8. Závěr

Od května 2008, kdy bylo oficiálně oznámeno zhotovení prototypu do té doby hypotetického pasivního prvku zvaného memristor [4], se mnoho výzkumných týmů z celého světa snaží zavést revoluční mem-technologie do běžného užívání. V srpnu 2010 spojily své síly firmy HP a Hynix Semiconductor s cílem uvést memristorové paměti na trh. Spolupráce vypadá podle posledních zpráv [31] velmi slibně. Náhrada plovoucích hradel pamětí FLASH memristorovými buňkami se plánuje na léto 2013, v letech 2014/15 by měl memristor ovládnout trh s paměťovými médii DRAM a poté SRAM. Samotná firma HP nashromáždila k memristoru za poslední 3 roky na 500 patentů. Mnoho dalších společností pracuje na technologiích pamětí memristorového typu RRAM a PCRAM. Mezi firmy s nejlepším technologickým zázemím pro tuto oblast dnes patří Samsung. Jenom za prvních devět měsíců roku 2011 bylo v impaktovaných odborných časopisech publikováno přes 200 prací referujících o pokroku v této oblasti.

Hektické tempo při honbě za technologickými úspěchy mělo letos zajímavý důsledek: téměř nikdo si nepovšiml, že v září 2011 oslavil memristor své čtyřicátiny [5]. Duchovní otec memristoru Leon Chua je přitom považován za zakladatele moderní nelineární dynamiky - teoretického zázemí, které je pro další rozvoj nanotechnologií nezbytné. Mnozí badatelé si nutnost teoretického výzkumu uvědomují a obracejí svoji pozornost zpět k úplným základům elektrotechniky a teorie systémů. Nevyřešené otázky teoretického rázu jsou také mocnou výzvou pro nadané studenty [29, 32], kteří se poohlíží po zajímavých problémech nebo se chtějí přímo podílet na základním výzkumu. Tento příspěvek jim v tom může pomoci.

Literatura

- [1] BIOLEK, D., BIOLEK, Z. Úvod do studia memristoru. In Perspektivy elektroniky 2009: 26. 3. 2009. Rožnov pod Radhoštěm: SŠIEŘ R.p.R., 2009, s. 115-130. ISBN 978-80-254-4052-0.
- [2] CHUA, L. O. Nonlinear Circuit Foundations for Nanodevices, Part I: The Four-Element Torus. *Proceedings of the IEEE*, vol. 91, no. 11, November 2003, p. 1830-1859.
- [3] ESHRAGHIAN, K., CHO, K. R., KAVEHEI, O., KANG, S. K., ABBOTT, D., KANG, S.-M. S. Memristor MOS content addressable memory (MCAM): Hybrid architecture for future high performance search engines. *arXiv: 1005.3687v1 [cond-mat.mes-hall]* 11 May 2010, p. 1-10.
- [4] STRUKOV, D. B., SNIDER, G. S., STEWART, D. R., WILLIAMS, R. S. The missing memristor found. *Nature (London)*, vol. 453, May 2008, p. 80 – 83.
- [5] CHUA, L. O. Memristor – The Missing Circuit Element. *IEEE Transactions on Circuit Theory*, vol. CT-18, No. 5, September 1971, p. 507 – 519.
- [6] CHUA, L. O. Device Modeling Via Basic Nonlinear Circuit Elements. *IEEE Transactions on Circuit Theory*, vol. CAS-27, No. 11, 1980, p. 1014-1044.
- [7] CHUA, L., SZETO, E. W. High-Order Non-Linear Circuit Elements: Circuit-Theoretic Properties. *Circuit Theory and Applications*, vol. 11, 1983, p. 187-206.
- [8] CHUA, L., SZETO, E. W. Synthesis of Higher Order Nonlinear Circuit Elements. *IEEE Transactions on Circuit Theory*, vol. CAS-31, No. 2, 1984, p. 231-235.
- [9] BIOLEK, D., BIOLEK, Z., BIOLKOVÁ, V. Memristor a jeho místo v teorii obvodů. *Slaboproudý obzor*, roč. 65, č. 2, 2009, s. P1-P16.
- [10] PERSHIN, Y. V., DI VENTRA, M. Memory effects in complex materials and nanoscale systems. *arXiv: 1011.3053v1 [cond-mat.mes-hall]* 12 Nov 2010, p. 1-59.
- [11] <http://webcast.berkeley.edu/events.php> - kompletní videozáznam sympozia Memristor and Memristive Systems, Berkeley, November 2008.
- [12] BIOLEK, D., BIOLEK, Z., BIOLKOVÁ, V. SPICE Modeling of Memristive, Memcapacitive and Meminductive Systems. In *Proceedings of the European Conference on Circuits Theory and Design 2009 (ECCTD '09): Antalya (Turkey)*, 2009; p. 249–252.
- [13] OSTER, G. F., AUSLANDER, D. M. The Memristor: A New Bond Graph Element. *J. Dyn. Sys., Meas., Control*, vol. 94, 1972, p. 249-252.
- [14] JELTSEMA, D., DÒRIA-CEREZO, A. Port-Hamiltonian Formulation of Systems With Memory. *Proceedings of the IEEE*, vol. PP, no. 99, 23 September, 2011, p.1-10.
- [15] JOHNSON, R. C. 'Missing link' memristor created: Rewrite the textbooks? *EETimes*, 2008, April 30, <http://www.eetimes.com/electronics-news/4076910/-Missing-link-memristor-created-Rewrite-the-textbooks->
- [16] BENDERLI, S., WEY, T. A. On SPICE macromodelling of TiO₂ memristors. *Electronics Letters*, vol. 45, no.7, March 26, 2009, p. 377-379.
- [17] BIOLEK, Z., BIOLEK, D., BIOLKOVÁ, V. SPICE model of memristor with nonlinear dopant drift. *Radioengineering*, vol. 18, no. 2, 2009, p. 210–214.
- [18] RÁK, A, CSEREY, G. Macromodeling of the memristor in SPICE. *IEEE Transactions on Computer-Aided Design of Integrated Circuits and Systems*, vol. 29, no. 4, 2010, p. 632–636.
- [19] BIOLEK, D., BIOLEK, Z., BIOLKOVÁ, V. SPICE modelling of memcapacitor. *Electronics Letters*, vol. 46, no. 7, 2010, p. 520–522.

- [20] BIOLEK, D., BIOLEK, Z., BIOLKOVÁ, V. PSPICE modeling of meminductor. *Analog Integrated Circuits and Signal Processing*, vol. 66, no. 1, 2011, p. 129–137.
- [21] BIOLEK, D., BIOLEK, Z., BIOLKOVÁ, V. Behavioral modeling of memcapacitor. *Radioengineering*, vol. 20, no. 1, 2011, p. 228–233.
- [22] VALSA, J., BIOLEK, D., BIOLEK, Z. An analogue model of the memristor. *International Journal of Numerical Modelling: Electronic Networks, Devices and Fields*, vol. 24, no. 4, 2011, p. 400–408, doi:10.1002/jnm.786.
- [23] SODHI, A., GANDHI, G. Circuit mimicking TiO₂ memristor: A plug and play kit to understand the fourth passive element. *International Journal of Bifurcation and Chaos*, vol. 20, no. 8, 2010, p. 2537–2545.
- [24] PERSHIN, Y. V., DI VENTRA, M. Memristive circuits simulate memcapacitors and meminductors. *Electronics Letters*, vol. 46, no. 7, 2010, p. 517–518.
- [25] BIOLEK, D., BIOLKOVÁ, V. Mutator for transforming memristor into memcapacitor. *Electronics Letters*, vol. 46, no. 21, 2010, p. 1428–1429.
- [26] BIOLEK, D., BIOLKOVÁ, V., KOLKA, Z. Mutators simulating memcapacitors and meminductors. In *Proceedings of the 11th biennial IEEE Asia Pacific Conference on Circuits and Systems (APCCAS 2010)*, Kuala Lumpur (Malaysia), 2010, p. 800–803.
- [27] PERSHIN, Y. V., DI VENTRA, M. Emulation of floating memcapacitors and meminductors using current conveyors. *Electronics Letters*, vol. 47, no. 4, 2011, p. 243–244.
- [28] BIOLEK, D., BAJER, J., BIOLKOVÁ, V., KOLKA, Z. Mutators for transforming nonlinear resistor into memristor. In *Proc. 20th European Conf. On Circuit Theory and Design (ECCTD 2011)*, Linköping (Sweden), 2011, p. 509–512.
- [29] TESKA, T. Modelování a analogová realizace memristoru. *Bakalářská práce*, FEKT VUT Brno, 2011.
- [30] KOLKA, Z., BIOLEK, D., BIOLKOVÁ, V. Hybrid modelling and emulation of mem-systems. *International Journal of Numerical Modelling: Electronic Networks, Devices and Fields*, 2011, doi:10.1002/jnm.825.
- [31] CLARKE, P. HP, Hynix to launch memristor memory in 2013. *EETimes*, 2011, October 06, <http://www.eetimes.com/electronics-news/4229171/HP-Hynix-to-launch-memristor-memory-2013>.
- [32] CAI, W. Nonlinear Dynamics in Memristive Systems. Ph.D. Thesis, University of Technology, Dresden, September 10, 2011.