

ÚVOD DO STUDIA MEMRISTORU

Zdeněk BIOLEK¹, Dalibor BIOLEK²

¹ SŠIEŘ Rožnov pod Radhoštěm, Školní 1610, 756 61 Rožnov p.R.

² Katedra elektrotechniky, Univerzita obrany Brno, Kounicova 65, 612 00 Brno

zdenek.biolek@roznovskastredni.cz, dalibor.biolek@unob.cz

Abstrakt:

Článek je primárně určen pedagogům středních odborných škol, kteří chtějí zařadit do výuky informace o memristoru - součástce, která v blízké budoucnosti pravděpodobně změní svět informačních technologií. Cílem příspěvku je podat srozumitelné vysvětlení toho, co je to memristor, jak funguje, k čemu se dá použít a jaká je jeho budoucnost. Článek uvádí informační zdroje pro další studium a odkazy na SPICE model, který umožní experimentovat s touto součástkou v prostředí simulačního programu na počítači.

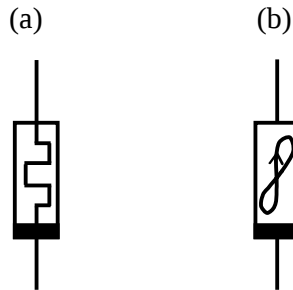
1. Úvod

Historie memristoru (**Memory Resistor**) oficiálně začíná dnem 5. září 1971, kdy Leon O. Chua publikuje článek [1] s názvem „Memristor – The Missing Circuit Element“. Autor v něm vyvozuje, že v zájmu zachování symetrie vztahů mezi čtveřicí základních elektrických veličin, jimiž jsou napětí u , proud i , náboj q a magnetický tok y , by měl kromě rezistoru (R), kapacitoru (C) a induktoru (L) existovat ještě čtvrtý základní pasivní prvek, který dosud unikal pozornosti – memristor (M).

Původní článek [1] obsahuje detailní odvození charakteristických vlastností této nové součástky, mezi nimiž vyniká její schopnost „pamatovat si“ celkové množství elektrického náboje, který jí prošel. V praktické rovině by to znamenalo, že odpor memristoru lze jednoduše měnit „nahoru“ i „dolů“ proudem, který do něj teče po určitou dobu jedním nebo druhým směrem. Pokud dodávku proudu přerušíme např. vypnutím napájecího napětí, memristor si poslední hodnotu svého odporu bude pamatovat.

Takový elektrický prvek by se choval jako perfektní analogová paměť s neskutečně širokým aplikačním potenciálem. Dal by se samozřejmě využít také ve výpočetní technice jako 1-bitová energeticky nezávislá přepisovatelná paměť. Pátrání po fyzikálním principu, který by umožnil realizaci memristoru jako pasivní elektrické součástky, však bylo neúspěšné. Již v roce 1972 však Oster a Auslander popisují v článku [2] mechanické, hydraulické a chemické systémy, jejichž pohybové rovnice se formálně shodují s rovnicemi odvozenými pro elektrický memristor. Počátkem 70. let minulého století si někteří badatelé začali uvědomovat, že mnohé jevy, s nimiž se v rámci svých specializací běžně setkávají, vykazují znaky memristoru. Tento proces završil opět Leon Chua, když v roce 1976 publikoval s Sung Mo Kangem článek [3] s názvem „Memristive Devices and Systems“. V něm definuje třídu tzv. memristivních systémů jako dynamických systémů s paměťovým chováním, které zahrnují memristor jako speciální případ. Práce [3] umožnila identifikovat a jednotným způsobem popsat systémy nejrozličnější fyzikální povahy, u nichž byla pozorována

obtížně vysvětlitelná hystereze. Přišlo se na to, že z matematického hlediska není principiální rozdíl např. mezi žárovkou, automobilovým tlumičem a nervovou synapsí, protože jejich paměťové chování se dá popsat stejnými rovnicemi.



Obr. 1 Schématické značky memristoru (a) a memristivního systému (b)

Ačkoli se dlouho vědělo o tom, že mnohé běžné jevy vykazují znaky memristoru, nemělo to na další směr vědeckého bádání prakticky žádný vliv. Situace se dramaticky změnila v květnu 2008, kdy v časopise Nature vyšel článek [4] „The Missing Memristor found“. Tým z laboratoří Hewlett Packard v kalifornském Palo Altu vedený S. Williamsem tím oficiálně oznámil, že memristor předpověděný v r. 1971 se podařilo vyrobit jako polovodičovou součástku (příběh o tom, jak k objevu došlo, vypráví S. Williams v [7]).

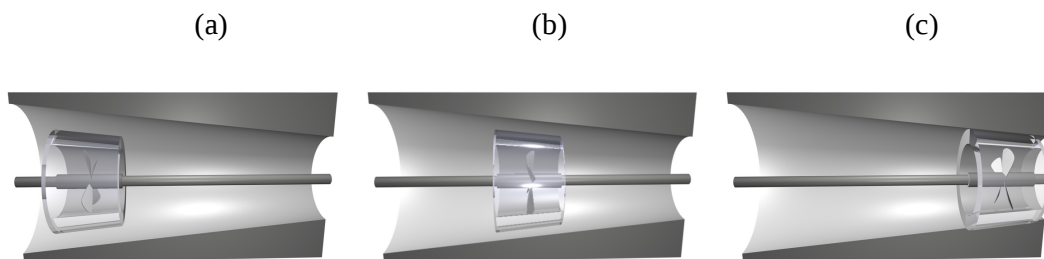
Během pouhého půlroku po oznámení objevu bylo dosaženo ve výzkumu memristoru značného pokroku. Hlavní výsledky byly prezentovány na sympoziu Memristor and Memristive Systems, které bylo svoláno na 21. listopad 2008 do Berkeley [5]. Z průběhu sympoza vyplynulo, že se intenzivně pracuje na konstrukci nevolatilní paměti RRAM (**R**esistive **R**andom **A**ccess **M**emory) využívající matice memristorů adresovaných příčkovou strukturou [6]. Tato energeticky nezávislá paměť by znamenala skutečnou revoluci ve světě informačních technologií. Jelikož memristor je v principu *analogová* paměť, fungující podle stejných zákonitostí jako nervová synapse, otevírají se dokonce cesty k vytvoření systémů, napodobujících procesy učení, charakteristické pro mozkovou činnost. Pozornost se však obrací také k základnímu výzkumu memristivních systémů [8], [9] a sám Leon Chua se vyjadřuje o tom, že se budou přepisovat učebnice základů elektrotechniky.

Tento příspěvek byl psán s cílem podat srozumitelný a přímočarý úvod do studia memristoru. Matematické pasáže, obsažené v článku, nejsou nezbytně nutné pro pochopení podstaty této součástky a čtenář je může v prvním čtení vypustit. V článku je ukázán způsob, jak si odzkoušet chování memristoru v prostředí simulačního programu, který je k dispozici zdarma.

2. Co je memristor?

Memristor je rezistor, jehož odpor lze zvyšovat nebo snižovat pomocí proudu, který jím necháme protékat po určitou dobu jedním nebo druhým směrem. Přerušíme-li průtok proudu, memristor si nastavenou velikost odporu zapamatuje.

To, jak memristor funguje, je patrné z hydromechanické analogie podle obr. 2. Trubička, kterou protéká tekutina, odpovídá memristoru, kterým protéká elektrický proud. Proud tekutiny točí vrtulkou, která pohybuje zátkou podle směru proudu na jednu nebo druhou stranu. Pohybem zátky se mění aktivní průřez a tím také odpor, který trubička klade protékající tekutině. Přestane-li tekutina proudit, pohyb se zastaví a trubička si pamatuje svůj stav (a tím také odpor) tak dlouho, dokud tekutina opět nezačne proudit a pohybovat zátkou.

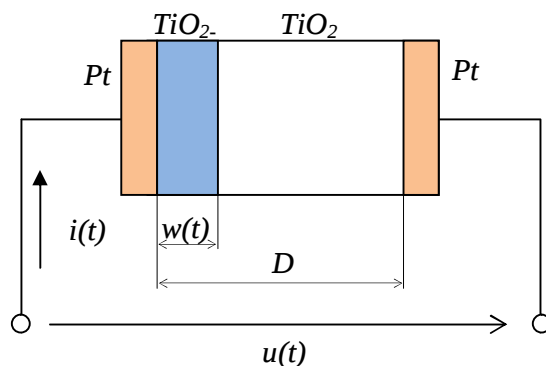


Obr. 2 Hydromechanický memristor. Vrtulka je vedena tyčí s vyřezaným závitem.

Vrtulka si tedy svou okamžitou polohou x pamatuje celkový objem q tekutiny, který skrze ni v minulosti prošel, a podle toho spojitě řídí odpor R celé soustavy, tj. $R = R(q)$. Ve stavu (a) proud prochází nejen přes vrtulku, ale i kolem zátky a odpor soustavy má minimální velikost R_{ON} . Největší odpor R_{OFF} má trubička v opačném stavu (c), kdy je zátkou uzavřena a proud prochází pouze otvorem pro vrtulku. Pohybuje-li se zátka vlivem pohybu tekutiny střídavě na obě strany tak, že se stále udržuje uvnitř trubičky (b), chová se celá soustava jako ideální memristor, tj. jako rezistor spojitě měnící hodnotu odporu podle množství proteklého proudu.

3. Objev v Palo Alto

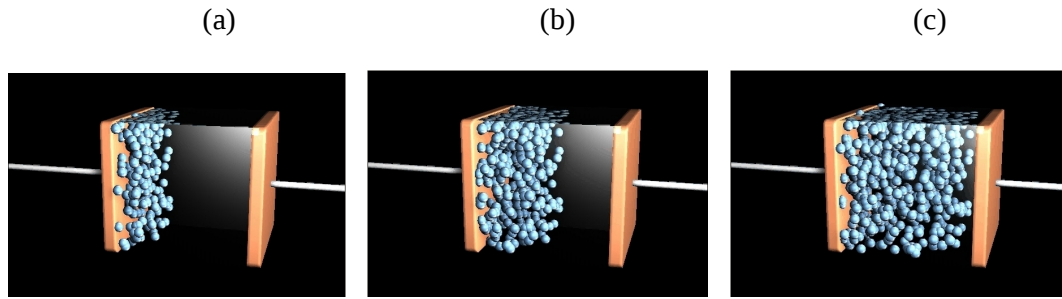
Memristor, vyvinutý v laboratořích Hewlett Packard, je tvořen tenkou vrstvou kysličníku titaničitýho TiO_2 tloušťky $D \approx 10\text{--}30\text{nm}$, uzavřenou mezi dvě platínové elektrody. Samotný TiO_2 je dobrým izolantem, u jedné z elektrod je však ochuzen o atomy kyslíku, čímž vzniká vrstvička dopantů - kladně nabitých děr (na obr. 3 znázorněna modře), která se chová jako polovodič s poměrně dobrou vodivostí. Celkový odpor mezi platínovými elektrodami je dán součtem odporů polovodičové a izolační vrstvičky.



Obr. 3 Polovodičový memristor z laboratoří v Palo Alto

Vlivem protékajícího proudu se hranice mezi vodivou a nevodivou vrstvou pohybuje ve směru proudu, šířka vodivé vrstvy w se mění a celý memristor mění svůj odpor (viz obr. 4). Ve stavu (a) je odpor maximální R_{OFF} , ve stavu (c) je minimální R_{ON} . Rozhraním mezi vodivou a nevodivou oblastí lze pohybovat na jednu nebo druhou stranu proudem, protékajícím jedním nebo druhým směrem. Odpojí-li se memristor od vnějšího napětí, proud

přestane protékat, rozhraní se zastaví a už svoji polohu nezmění, tj. součástka si pamatuje svůj odpor teoreticky libovolně dlouho.



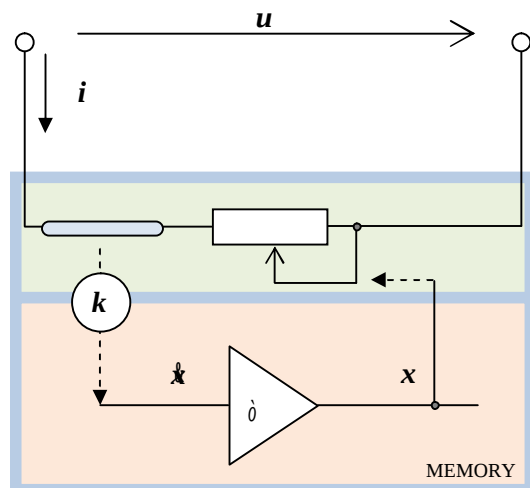
Obr. 4 Pohyb dopantů uvnitř memristoru HP

Porovnáním hydromechanického a polovodičového memristoru na obr. 2 a 4 zjišťujeme tyto analogie:

Hydromechanický memristor	Polovodičový memristor
Tlakový spád na trubičce p [Pa]	Napětí mezi vývody memristoru u [V]
Rychlost průtoku tekutiny v [$\frac{m^3}{s}$]	El. proud i [A]
Rychlost zátky V [$\frac{m}{s}$]	Rychlost rozhraní V [$\frac{m}{s}$]
Objem tekutiny q , která prošla trubičkou [m^3]	El. náboj q , který prošel memristorem [C]
Poloha zátky x [m]	Poloha rozhraní w [m]
Odpor trubičky R [$Pa \frac{s}{m^3}$]	Odpor memristoru R [Ω]

Posloupnost jednotlivých řádků tabulky ukazuje na řetězec událostí, jejichž konečným výsledkem je paměťový efekt. Tlaková nebo napěťová příčina uvede do pohybu tekutinu nebo elektrický náboj. Vrtulka v zátce nebo polovodičové rozhraní provádí integraci těchto pohybových změn v čase, přičemž výsledkem je poloha. Paměťový efekt tedy spočívá v zapamatování poslední polohy – ať už jde o polohu zátky nebo rozhraní mezi vrstvami. Od této polohy je odvozena aktuální velikost odporu memristoru.

Na obr. 5 je tento paměťový princip znázorněn ve formě strukturního schématu. Memristor se chová vůči okolí jako rezistivní port, řízený stavem x (poloha rozhraní, zátky) a doplněný pamětí pro zapamatování tohoto stavu. Paměť je tvořena mechanismem (např. vrtulka na závitu), který provádí integraci rychlosti dx/dt (rychlost proudu tekutiny, rychlost rozhraní) v čase. Tato rychlost je přímo úměrná protékajícímu proudu, konstantou úměrnosti je k (stoupání závitu, migrační rychlost nosičů náboje). Podle směru neboli znaménka protékajícího proudu se souřadnice x zvětšuje nebo zmenšuje a mění hodnotu odporu tam a zpět. Po odpojení memristoru od vnějšího buzení se zapamatuje poslední stav a tím i poslední hodnota odporu.



Obr. 5 Princip paměťového efektu memristoru

Schéma na obr. 5 dává přímý návod k sestavení rovnic, popisujících paměť memristoru i jeho rezistivní port. Pro jednoduchost zvolme za stav x poměr $x = \frac{w}{D}$ (viz obr. 3); vzhledem k výše popsané funkci se bude bezrozměrné číslo x pohybovat v pásnu mezi 0 a 1. Pak

$$\frac{dx}{dt} = ki(t) \quad (1)$$

je stavová rovnice pro popis memristorové paměti a

$$u(t) = R_{MEM}(x)i(t) \quad (2)$$

je rovnice, popisující rezistivní port,

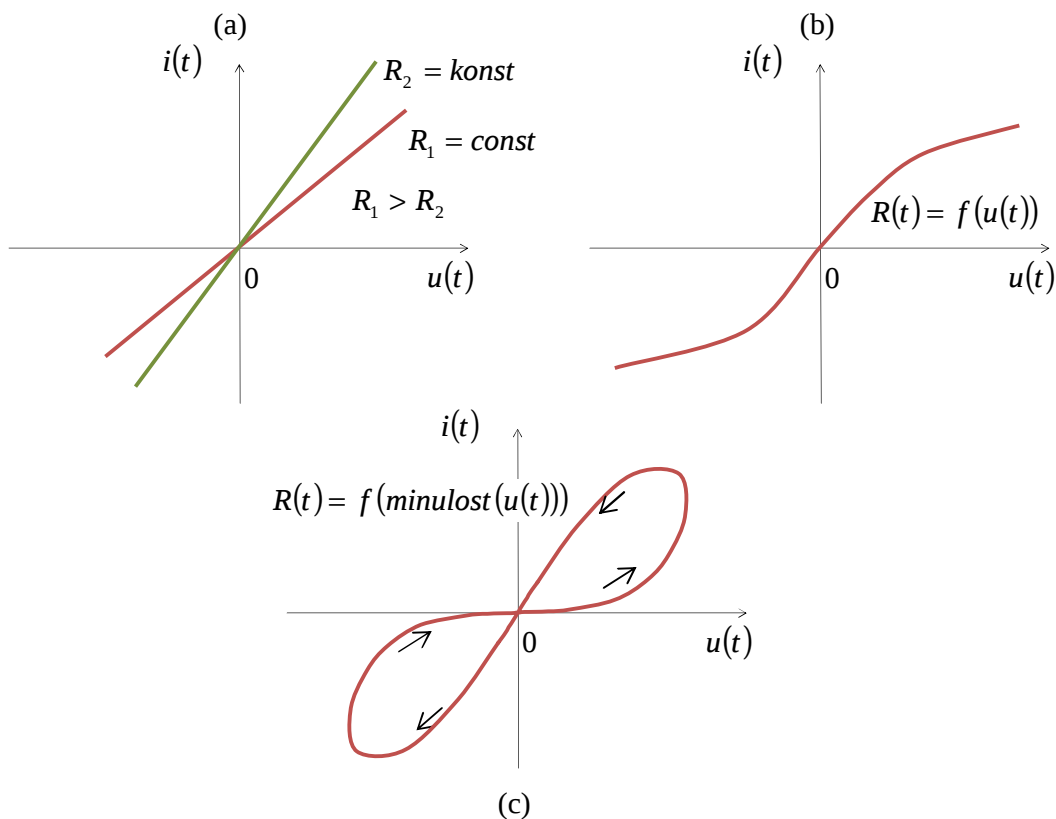
$$R_{MEM}(x) = xR_{ON} + (1-x)R_{OFF}$$

je odpor memristoru, nastavitelný v mezích $R_{MEM}(0) = R_{OFF}$ až $R_{MEM}(1) = R_{ON}$.

4. Charakteristiky memristoru

To, že memristor není obyčejná součástka, poznáme již v okamžiku, kdy se pokusíme proměřit jeho statickou ampérvoltovou charakteristiku. Z výše uvedeného totiž vyplývá, že po připojení memristoru k jakémukoliv nenulovému napětí uvedeme do pohybu rozhraní mezi vodivou a nevodivou vrstvou, což povede k tomu, že se memristor po nějaké době dostane (podle polaroty přiloženého napětí) do jednoho ze svých krajních stavů. Statickou ampérvoltovou charakteristiku tedy nezměříme vůbec, smysl však mají charakteristiky, získané buzením memristoru definovaným periodickým signálem, který by pohyboval vnitřním rozhraním tam a zpět na obě strany. Situaci při buzení lineárního rezistoru, nelineárního rezistoru a memristoru harmonickým napětím s nulovou střední hodnotou představuje obr. 6.

Memristor je stejně jako obyčejný rezistor pasivní součástka, proto musí jeho ampérvoltová charakteristika procházet počátkem souřadnic a celá leží v 1. a 3. kvadrantu.

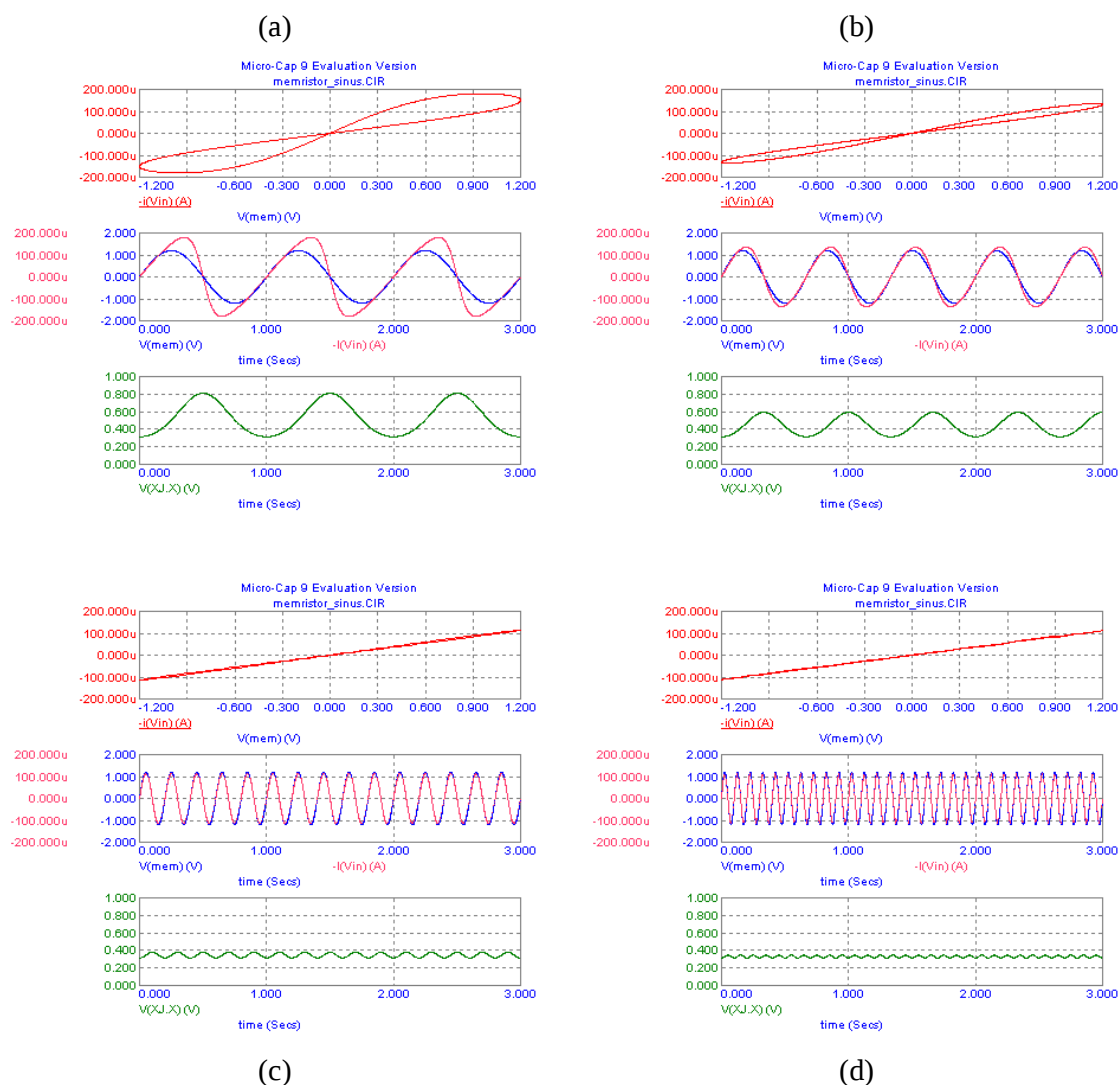


Obr. 6 Ampérvoltové charakteristiky (a) lineárního rezistoru, (b) nelineárního rezistoru a (c) memristoru

Ampérvoltové charakteristiky lineárního rezistoru jsou na obr. 6 (a). Směrnice charakteristiky udává okamžitou vodivost, která zůstává konstantní, jedná se proto o přímky. Obr. 6 (b) ukazuje, že okamžitý odpor nelineárního rezistoru závisí na okamžité hodnotě napětí (proudu), proto je strmost charakteristiky závislá na poloze pracovního bodu. U memristoru podle obr. 6 (c) je okamžitý odpor závislý nejen na okamžitém stavu systému, ale i na celé historii, která k tomuto stavu vedla. Protože stav memristoru se dán celkovým množstvím náboje, který jím prošel, má v rámci jedné periody každý stav unikátní historii a tím i unikátní směrnici pro další směr pohybu. Proto se také musí memristor vracet do počátku souřadné soustavy jinou cestou, než jakou z něho vyšel. Z toho důvodu má ampérvoltová charakteristika memristoru obecně tvar smyčky.

Takováto hysterezní smyčka je typickým znakem memristivního chování, které popsal ve své originální práci [1] Leon Chua. Díky tomuto poznávacímu znamení pochopili v laboratořích Hewlett Packard, že to, co se podařilo vyrobit, je skutečně memristor [7].

Při zvýšení kmitočtu sinusového budicího napětí urazí vnitřní rozhraní memristoru za kratší periodu kratší časový úsek. Rozdíl mezi maximální a minimální velikostí odporu memristoru proto klesá, klesá i rozkmit proudu, tekoucího memristorem. Hysterezní smyčka proto mění svůj tvar tak, že pro vysoké kmitočty přechází v úsečku. Směrnice této úsečky je dána vodivostí, která odpovídá střední hodnotě polohy x , kolem které rozhraní kmitá. Na vysokých kmitočtech se tedy memristor chová jako obyčejný rezistor.

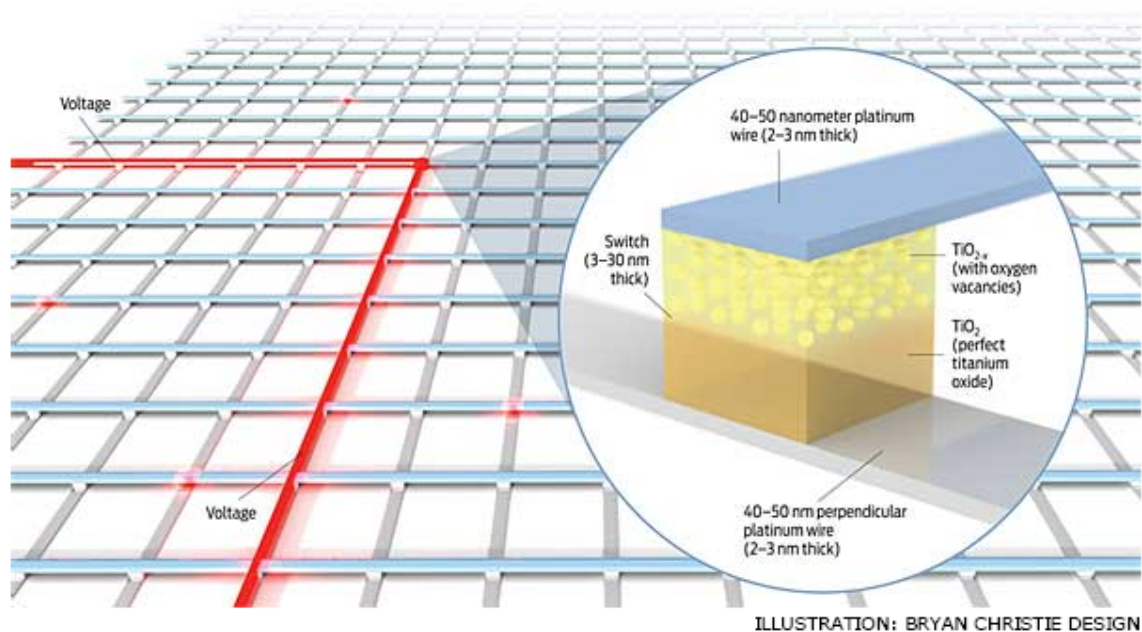


Obr. 7 Charakteristiky memristoru pro kmitočty (a) 1Hz, (b) 1.5Hz, (c) 5Hz a (d) 10Hz

Tyto obecné závěry jsou potvrzovány výsledky simulace na obr. 7. Memristor je buzen sinusovým napětím o amplitudě 1V při postupně rostoucí frekvenci od 1Hz do 10Hz. Tři sekce v každém grafu obsahují v pořadí zdola nahoru tyto časové průběhy: poloha rozhraní x , napětí a proud memristorem, hysterezní smyčka ampérovoltové charakteristiky. Z daných průběhů je jasně patrná ztráta memristivních vlastností při růstu frekvence.

5. Memristor jako paměť

Podle obsahu příspěvků na semináři [5] a zdroje [7] je budoucnost memristoru spojována s tzv. příčkovou strukturou (crossbar structure), ve které jsou jednotlivé paměťové elementy zapojeny do matice podle obr. 8.



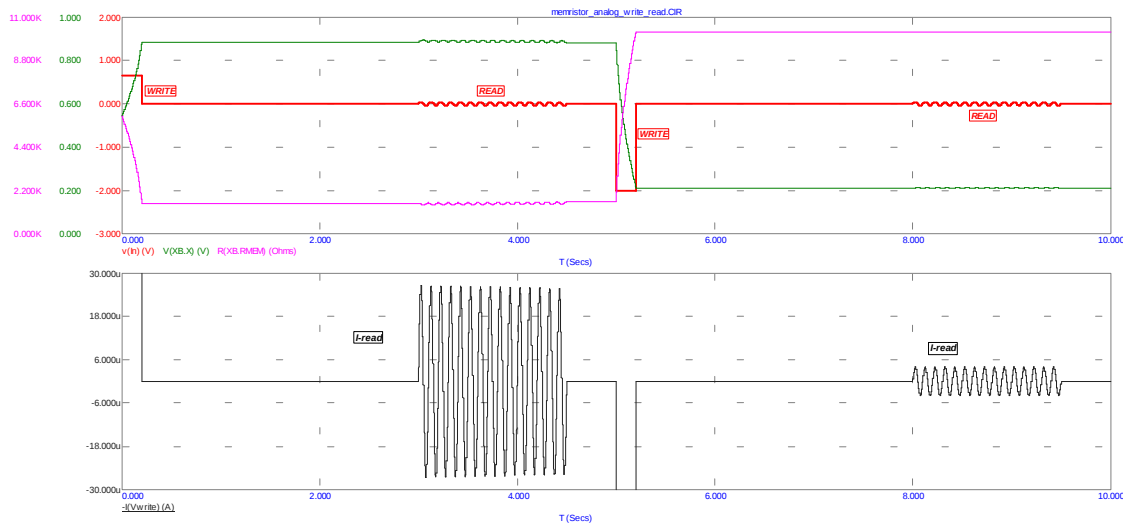
Obr. 8 Memristorová matice zapojená do příčkové struktury (zdroj obrázku - [7])

Příčková struktura je tvořena rastrem vzájemně se křížících vodičů podle obr. 8. V místě každého křížení jsou vodorovné a svislé vodiče od sebe vzájemně odděleny memristorem. Jelikož memristor je energeticky nezávislá paměť, v klidovém stavu nespotřebovává paměťová matice žádný proud.

Adresování paměťové buňky pro čtení nebo zápis se provede velmi snadno aktivací příslušné dvojice vodičů x a y .

Zápisem do analogové memristorové buňky rozumíme změnu odporu memristoru na jakoukoliv hodnotu v rozmezí od R_{ON} do R_{OFF} . Odpor memristoru lze spojitě měnit množstvím dodaného náboje, což lze v praxi uskutečnit působením zdroje napětí nebo proudu po určitý čas.

Čtením analogové memristorové buňky rozumíme zjištění aktuální hodnoty odporu memristoru. Technicky se to dá zajistit změřením proudu (nebo napětí) při aplikaci definovaného napětí (nebo proudu). Problém je, že každé takové měření má zpětně za následek změnu odporu, neboť průchodem sebemenšího proudu se uvádí do pohybu vnitřní rozhraní mezi vodivou a nevodivou vrstvou memristoru. Východiskem z tohoto dilematu by mohlo být čtení buňky pomocí dokonale symetrického sinusového signálu malé amplitudy, jak je naznačeno na obr. 9.



Obr. 9 Zápis do memristoru (WRITE) a čtení stavu (READ)

Zápis do buňky se provádí napěťovým impulzem, který dodá náboj potřebný pro změnu odporu memristoru. V naší ukázce je šířka impulzu konstantní, podle potřeby se mění amplituda a polarita impulzu. Z obr. 9 je patrné, že první zápisový impuls (červená křivka) zvětší šířku dotované vrstvičky (nastavení stavu x na vyšší hodnotu, zelená křivka) a tím sníží odpor memristoru (fialová křivka), druhý zápisový impuls opačné polaritavy zvýší hodnotu odporu na jinou hodnotu. Po ukončení každého zápisového impulzu si memristor hodnotu odporu zapamatuje, ta se přečte v následujícím čtecím cyklu. Čtení se realizuje aplikací harmonického napětí malé amplitudy, snímá se velikost amplitudy proudu (černá křivka). Z výsledků simulace je patrné, že malé čtecí napětí pouze rozkmitá vnitřní rozhraní mezi vodivou a nevodivou vrstvou kolem její aktuální hodnoty. Pokud se zajistí nulová střední hodnota celého čtecího signálu, nedojde vlivem čtecího cyklu k ovlivnění měřeného stavu.

Z této ukázky je patrné, že nasazení memristoru do technických aplikací si vyžádá vývoj nových metod *analogové* techniky, i když půjde o aplikace v technice *číslicové*.

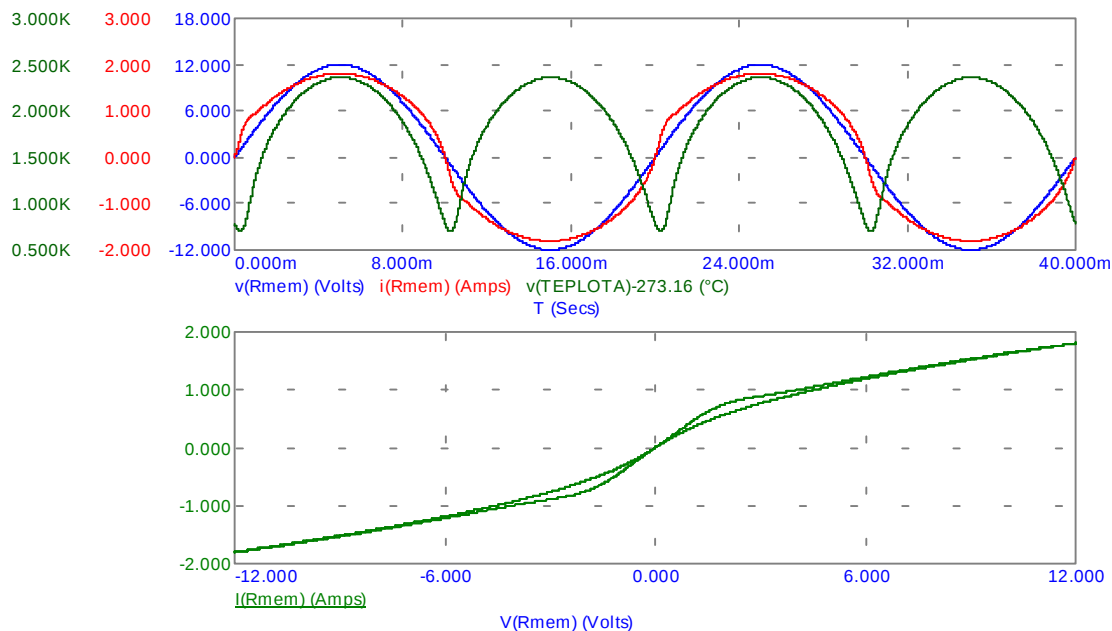
6. Memristor jako speciální případ memristivního systému

Memristor z laboratoří HP se ve skutečnosti nechová jako ideální memristor, protože jeho odpor nemůže vybočit z intervalu (R_{ON}, R_{OFF}) . Jakmile rozhraní mezi vodivou a nevodivou vrstvou dorazí vlivem protékajícího proudu k jednomu z okrajů memristoru, stav x se již dále nemůže měnit, i kdyby proud protékal dál. Na okrajích memristoru tak přestává platit, že jeho odpor je přímo úměrný množství náboje, který jím prošel. Jinak řečeno, memristor na svých okrajích „ztrácí paměť“, neboť veškerý náboj, který jím protekl a přesto nijak nezměnil jeho stav, je vlastně zapomenut.

Pasivních systémů, které si pamatují množství proteklé substance pouze v omezené míře, je kolem nás celá řada. Všechny se poznají podle hysterezního chování, které ukazuje na nějaký druh paměti. Lehce pochopitelným příkladem může být chování žárovky.

Odpor žárovky je dán teplotou vlákna, která do jisté míry závisí na celkovém množství proudu, který jím protekl. K aktuální teplotě vlákna totiž nepřispívá pouze aktuální velikost

proudu, ale s určitou vahou přispíval i všechen proud, který tek l vlákem v minulosti. Právě tato skutečnost činí z žárovky paměťový prvek s hysterezní ampérvoltovou charakteristikou.



Obr. 10 Simulace hysterezního chování žárovky 12V/21W

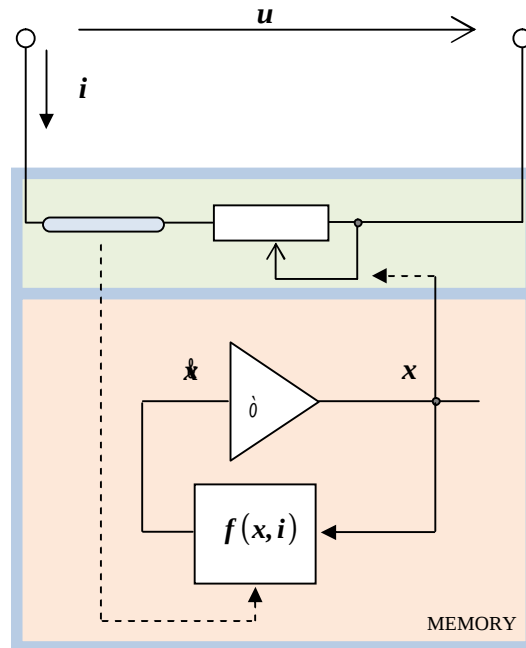
Obr. 10 představuje výsledky počítačové simulace chování žárovky 12V/21W, napájené ze zdroje sinusového napětí 12V/50Hz. Stavovou veličinou x , od které se vše odvíjí, je teplota vlákna. Počítačový model vychází z toho, že rychlost růstu teploty vlákna (dx/dt) je přímo úměrná dodávanému příkonu, sníženému o ztráty, vzniklé vyzařováním do okolí. Tyto ztráty způsobují ochlazování žárovky a jsou úměrné čtvrté mocnině teploty vlákna. Stavová rovnice žárovky a rovnice jejího rezistivního portu pak budou mít tvar

$$\frac{dx}{dt} = f(x, i) \quad (3)$$

$$u(t) = R(x, i)i(t) \quad (4)$$

kde $f(x, i) = (a + bx)i^2 - cx^4$, a , b a c jsou materiálové konstanty a $R(x, i)$ je funkce, popisující teplotní závislost obecně nelineárního odporu vlákna žárovky.

Rovnice (3) a (4) jsou zobecněním rovnic (1) a (2) a popisují obecný memristivní systém, který byl poprvé pojmenován a popsán v [3]. Jeho struktura přímo vyplývá z výše uvedených rovnic a je představena na obr. 11.



Obr. 11 Obecný memristivní systém

Ze schématu na obr. 11 je patrné, že memristivní systém je opět rezistor doplněný pamětí. Na rozdíl od memristoru však paměť může mít mnohem variabilnější podobu. Stavová rovnice (3), popisující tuto paměť, je totiž rovnicí zcela obecného nelineárního dynamického systému, kde stavem x může být celý vektor vnitřních proměnných.

Takto pojatý memristivní systém nemusí být ani elektrické povahy, neboť stavovým vektorem i portovými proměnnými u , i mohou být jakékoli fyzikální veličiny. Díky tomu jsme schopni rozpoznat známky jakéhokoli paměťového chování v široké škále systémů nejrozumnější fyzikální povahy, a to dokonce bez ohledu na to, zda se jedná o živé organismy nebo stroje (viz např. popis memristivního chování améby v [10]).

Memristivní systémy je možno nalézt doslova na každém kroku. Z výše uvedeného příkladu žárovky plyne, že dokonce každý vodič, kterým protéká proud, je memristivním systémem. V práci [3] jsou jako zástupci těchto systémů jmenovány termistor, výbojkové trubice a iontový systém nervové buňky.

Z porovnání strukturních schémat na obr. 5 a obr. 11 vyplývá, že memristor je pouze speciálním případem memristivního systému. Absence zpětné vazby u paměťového integrátoru způsobuje, že memristor má „dokonalou paměť“. Právě takový pasivní a navíc energeticky nezávislý prvek se velmi dobře hodí k trvalému uchování informace v technických zařízeních.

7. Je memristor skutečně čtvrtým základním prvkem?

Použitím polovodičového memristoru v technických zařízeních dojde zřejmě ke změnám, které snesou srovnání se změnami, vyvolanými kdysi objevem tranzistoru. Ještě významnější je však to, že memristor nás přinutí změnit i náš pohled na základní principy, podle kterých se řídí procesy v živé i neživé přírodě. Zdá se totiž, že memristor je pouze jedním z více „podivných“ prvků, o jejichž existenci jsme dosud neměli ani tušení.

Prozatím se nám memristor může jevit jen jako pouhý rezistor se specifickou závislostí na prošlém náboji. Uvidíme však, že „podivné“ chování, zastoupené hysterezními závislostmi, je způsobeno výběrem veličin, prostřednictvím kterých jsme navyklí zkoumat jevy v elektrických obvodech. Přechodem od napětí u a proudu i k jiné dvojici veličin přejdeme do jiné souřadné soustavy, která nám umožní spatřit skutečně fundamentální principy memristoru.

Souřadnice každého bodu hysterezní křivky (c) na obr. 6 jsou mezi sebou vázány vztahem Ohmova zákona $u(t)=R(q)i(t)$. Pokusme se zjednodušit tuto rovnici tím, že ji vyjádříme co možná nejmenším počtem fyzikálních veličin. Uvážíme-li, že proud vyjadřuje rychlost změny náboje $i=dq/dt$, vyjde nám po elementární úpravě $u(t)dt=R(q)dq$. Výraz na levé straně je diferenciálem veličiny

$$y(t) = \int u(t)dt. \quad (5)$$

Po další elementární úpravě vyjde diferenciální podoba Ohmova zákona pro memristor

$$R(q) = \frac{dy}{dq}. \quad (6)$$

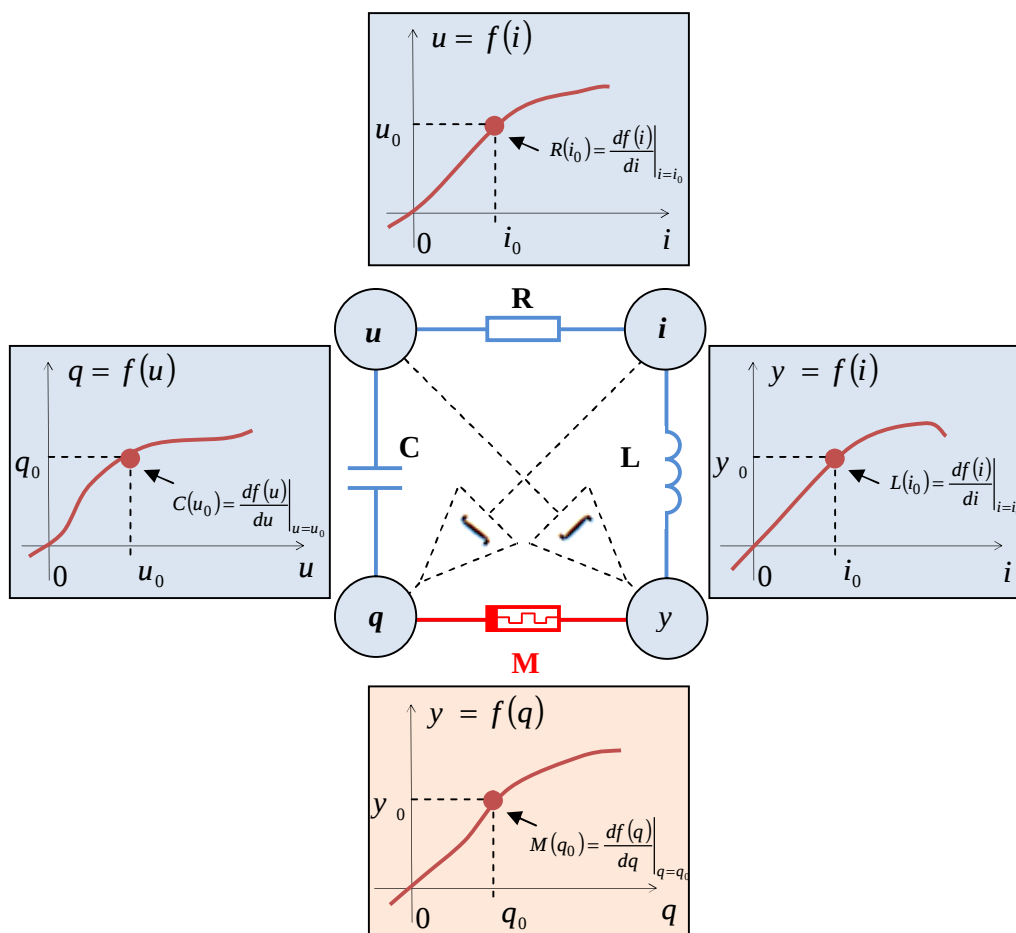
Veličina y daná výrazem (5) je časovým integrálem napětí a v elektrotechnice má rozměr magnetického toku. Její jednotkou je 1 Weber. V kontextu konkrétní aplikace nemusí vyjadřovat tok skutečného magnetického pole a tehdy se označuje pouze jako *tok (flux)*. Magnetický tok je elektrickou obdobou mechanické hybnosti (nebo také impulzu síly), což je jedna ze stěžejních veličin teoretické mechaniky.

Rovnice (6) tedy říká, že okamžitý (dynamický) odpor memristoru zkoumaného pomocí toku y a náboje q je roven strmosti křivky, vyjadřující závislost

$$y = f(q). \quad (7)$$

Memristor je tedy součástí, která vytváří přímou vazbu mezi tokem a nábojem. Zásadní význam, který má tato skutečnost pro teoretickou elektrotechniku, je patrný z obr. 12.

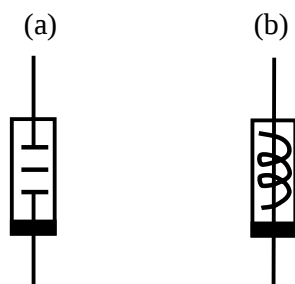
Uprostřed obr. 12 jsou ve čtyřech kruzích znázorněny čtyři základní elektrické veličiny: elektrické napětí u , elektrický proud i , magnetický tok y a elektrický náboj q . Mezi těmito veličinami existuje šest relací, z nichž dvě jsou integrace podle času ($q = \int i dt$ a $y = \int u dt$) a tři další zajišťují prvky rezistor ($u= Ri$), kapacitor ($q=Cu$) a induktor ($y= Li$). Prvek, který by realizoval vazbu mezi magnetickým tokem y a elektrickým nábojem q , nebyl dosud objeven, pouze se předpokládalo, že v zájmu zachování symetrie by měl existovat. Od předpovězení existence hypotetického memristoru do jeho nalezení uplynulo 37 let. Teprve v květnu 2008 bylo potvrzeno, že memristivní jevy se hojně vyskytují ve světě nanometrických rozměrů.



Obr. 12 Memristor jako čtvrtý chybějící element

Koncem r. 2008 oznámil duchovní otec memristoru Leon Chua, že by měly existovat další dva dosud neobjevené prvky, které pojmenoval memkapacitor (**Memory Capacitor**) a meminduktor (**Memory Inductor**) [5]. Podaří-li se tyto prvky vyrobit, pro dnešní techniku budou znamenat ještě větší revoluci než memristor: pokud by se totiž použily jako paměťové buňky, jejich programování i čtení by se teoreticky obešlo bez energetických ztrát [5].

Základní teoretická východiska a detailní rozbor očekávaných vlastností těchto nových součástek byly zveřejněny v práci [11]. Toto pojednání však prohloubilo již existující pochybnosti o tom, zda je memristor skutečně čtvrtým fundamentálním prvkem. Blaise Mouttet dokazuje v [12], že původní představa o memristoru jako o čtvrtém chybějícím elementu byla mylná a vysvětluje, že existují pouze tři fundamentální prvky (R , L a C); memristor, memkapacitor a meminduktor mají být pouze jejich paměťovými variantami. Na scénu také přicházejí elementy zvané memimpedance a memadmittance, které skvěle doplňují vše, co prozatím víme o paměťových prvcích a o jejich vztahu ke klasické R-L-C trojici. Tyto nové revoluční poznatky snad pomohou objasnit některé jevy, pozorované ve světě nanotechnologií, na jejichž vysvětlení se dosud marně čeká.



Obr. 13 Schématické značky memkapacitoru (a) a meminduktoru (b)

Pokud jsou závěry práce [12] správné, nastává zajímavá situace: cestu k novým převratným objevům otevírá prvek, objevený na základě zcela mylného předpokladu.

8. Závěr

Od r. 1971 figuroval memristor ve vědecké literatuře pouze jako hypotetický prvek. Přestože byly dopředu známy jeho vlastnosti, nikomu se nepodařilo jej vyrobit jako pasivní součástku. Vědělo se, že je jedním z mnoha memristivních systémů, které se kolem nás zcela běžně vyskytují. Dnes víme, že memristor se hledal „na špatném místě“ – příliš se lpělo na představě, že tato součástka musí mít co do činění s *magnetickým* tokem, jak to kdysi předpověděl Leon Chua. Teprve v květnu 2008 bylo objeveno, že memristivní chování je přirozeným jevem ve světě nanometrických rozměrů.

Memristor nebyl původním cílem výzkumu, proto byl objev v laboratořích Hewlett Packard nečekaným, ale o to příjemnějším překvapením. Podle [7] nemuselo k objevu vůbec dojít, kdyby si Greg Snider nepovšiml, že hysterezní křivky, zjišťované dennodenně na měřených vzorcích, se nápadně podobají grafům ze zapomenuté práce [1] z r. 1971 o memristoru.

Příběh o memristoru nám dává vynikající poučení o ceně vzdělanosti. Přestože teorie memristivních systémů je velmi dobře propracována už přes 30 let a umožňuje pochopit obecné principy paměťového chování dynamických systémů, do dnešní doby o ní vědělo jen velmi málo lidí. Naštěstí mezi ně patřil i pracovník Hewlett Packard G. Snider, který stál u zrodu memristoru.

Od objevu v květnu 2008 se do výzkumu, spojeného s memristorem, investuje čím dál více prostředků a úměrně tomu se o této součástce píše stále častěji. Kromě zpráv o konkrétních technických řešeních ([6], [13], [14] aj.) vychází mnoho prací, zaměřených na základní výzkum. Dosud nikdo systematicky nezkoumal, jak se bude memristor chovat ve spojení s trojicí základních prvků $R - L - C$. Jediná práce, která se zabývá touto otázkou, je [6] a ta vyšla v lednu 2009. Vývoj je tak rychlý, že mnozí autoři nemíní čekat, až jejich práce projde zdlouhavou procedurou, spojenou s oponenturou v impaktovaných časopisech, a publikují přímo na internetu buď formou e-printů ([8], [9], [10], [11]) nebo blogů ([12]). Velkorysým počinem Univerzity Berkeley bylo zveřejnění kompletního videozáznamu konference [5] na internetu.

Je zcela zřejmé, že mnohé ze zásadních teoretických prací, které vznikly bezprostředně po objevu HP memristoru, mohly být napsány kdykoliv během předešlých 37 let. Memristor nám zde nastavuje zrcadlo: poznání fundamentálních principů světa, ve kterém žijeme, je často vyhodnoceno jako bezcenné, pokud nevede k bezprostřednímu zisku. Mediálně přitažlivější

jsou témata typu „instant turn-on computers“, která fungují i jako lákadla pro návštěvníky mezinárodních vědeckých konferencí ([15]).

Objevují se první pokusy zavést problematiku memristoru do výuky. Tomuto tématu je věnována práce [9], která popisuje praktické zkušenosti z vysokoškolské výuky na LaGuardia Community College v New Yorku.

Memristor bude zřejmě ještě dlouho nedostupný jako součástka, se kterou by bylo možno experimentovat. V práci [16] je však popsán SPICE model, který umožňuje provádět realistické pokusy s memristorem přímo na počítači. Na základě tohoto modelu byl vyvinut příslušný software pro simulátor Micro-Cap, jehož evaluační verze je dostupná zdarma. Zájemci o počítačové experimenty s memristorem si budou moci v brzké době stáhnout příslušný software z adresy [17]. Grafické výstupy některých počítačových experimentů v prostředí simulátoru Micro-Cap je možno v tomto příspěvku nalézt na obr. 7, 9 a 10.

Poděkování

Výzkum, jehož výsledky jsou popsány v této práci, byl zčásti podporován projektem MŠMT „Výzkum metod a postupů pro seznámení veřejnosti s prací výzkumného pracovníka prostřednictvím informačních technologií“, řešeném na UMEL FEKT VUT v Brně.

Literatura

- [1] CHUA, L.O. Memristor – The Missing Circuit Element. *IEEE Transactions on Circuit Theory*, vol. CT-18, No. 5, September 1971, p. 507 – 519.
- [2] OSTER, G.F., AUSLANDER, D.M. The Memristor: A New Bond Graph Element. *Trans. ASME on Dynamical Systems, Measurement and Control*, vol. 94, No. 3, 1972, p. 249 – 252.
- [3] CHUA, L.O., KANG, S.M. Memristive Devices and Systems. *Proceedings of the IEEE*, vol. 64, No. 2, February 1976, p. 209 – 223
- [4] STRUKOV, D.B., SNIDER, G.S., STEWART, D.R., WILLIAMS, R.S. The missing memristor found. *Nature (London)*, vol. 453, May 2008, p. 80 – 83.
- [5] <http://webcast.berkeley.edu/events.php> - kompletní videozáznam sympozia Memristor and Memristive Systems, Berkeley, November 2008.
- [6] JOHNSON, R.C. Memristors ready for prime time. *EETimes*, 2008, August 7, <http://www.eetimes.com/showArticle.jhtml?articleID=208803176>
- [7] WILLIAMS, R.S. How we found the missing memristor. *IEEE Spectrum*, 2009, December 1, p. 1-11, www.spectrum.ieee.org/print/7024
- [8] JOGGLEKAR, Y.N., WOLF, S.J. The elusive memristor: properties of basic electrical circuits. arXiv:0807.3994 v2 [cond-mat.mes-hall] 13 January 2009, p.1-24.
- [9] WANG, F.Y. Memristor for introductory physics. arXiv:0808.0286 v1 [physics.class-ph], 4 August 2008, p.1-4.
- [10] PERSHIN, J.V., FONTAINE, S.L., VENTRA, M.D. Memristive model of amoeba's learning. arXiv: 0810.4179 v2 [q-bio.CB] 24 October 2008, p.1-18.
- [11] VENTRA, M., PERSHIN, J.V., CHUA, L.O. Circuit elements with memory: memristors, memcapacitors and meminductors. arXiv:0901.3682 v1 [cond-mat.mes-hall] 23 January 2009, p.1-6.
- [12] MOUTTET, B. An Introduction to Memimpedance and Memadmittance Systems Analysis. <http://knol.google.com/k/blaise-mouttet/an-introduction-to-memimpedance-and/23zgknsxnlchu/5#view>
- [13] JOHNSON, R.C. 3-D memristor chip debuts. *EETimes*, 2008, November 26, <http://www.eetimes.com/showArticle.jhtml?articleID=212200673>
- [14] JOHNSON, R.C. Will memristors prove irresistible? *EETimes*, 2008, September 1, <http://www.eetimes.com/showArticle.jhtml?articleID=210004310>
- [15] ECCTD 2009, European Conference on Circuit Theory and Design 2009. Antalya, Turkey, August 2 to 27. <http://ecctd09.dogus.edu.tr/index.htm>
- [16] BIOLEK, Z., BIOLEK, D., BIOLKOVÁ, V. SPICE Model of memristor with nonlinear dopand drift. *Radioengineering*, vol. 18, No. 1, April 2009.
- [17] Micro-Cap 9, simulátor elektrických obvodů. Výrobce Spectrum Software, USA. Domovská stránka <http://www.spectrum-soft.com>