

ENERGETICKY OPTIMÁLNÍ NABÍJENÍ KAPACITORU

Zdeněk Biolek

SŠIEŘ Rožnov pod Radhoštěm, zdenek.biolek@roznovskastredni.cz

Abstract:

Příspěvek se zabývá problematikou účinnosti transportu energie ze zdroje napětí do zásobníku energie. Může být aktuální pro učitele středních odborných škol, kteří si připravují materiál pro výuku spínaných zdrojů a dalších příbuzných pasáží elektroniky. Ke studiu jevu se využívá prostředků (téměř) středoškolské matematiky a počítačových simulací elektrických obvodů.

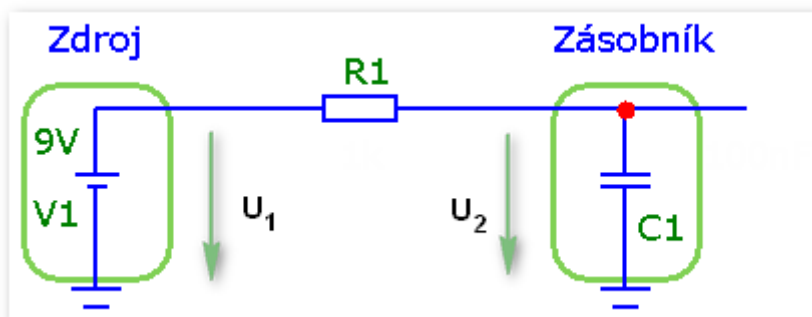
1. Úvod

Úsilí o dosažení co nejvyšší účinnosti při zpracování energie získávané z primárních zdrojů nás vede k hlubšímu studiu energetické stránky jevů probíhajících v elektrických obvodech. Velmi zajímavou etapou při zpracování energie, při které může dojít k velkým ztrátám, je proces přelévání energie ze zdroje do zásobníku (viz obr. 1).



Obr. 1. Transport energie ze zdroje do zásobníku

Obr. 2 představuje uspořádání bateriového napájení některých nízkoodběrových zařízení pracujících v impulzním režimu. Zařízení (není na obrázku) pokrývá svoji občasnou proudovou spotřebu z energetického zásobníku, který je tvořen kapacitorem. Ten se trvale dobíjí přes rezistor z vnějšího zdroje. Výhodou tohoto uspořádání je, že zařízení může v nárazech odebírat ze zásobníku větší proud, než jaký by byl schopen dodat samotný zdroj.



Obr. 2. Transport energie přes rezistor

Někdy je výhodné zvolit velkou hodnotu nabíjecího odporu, zvláště v případě, kdy zdroj je schopen dodat jen velmi malý proud nebo tehdy, kdy je taková šetrnost vůči zdroji energie namístě. Doba nabíjení se sice prodlouží, ale pokud se zásobník energie stačí naplnit ještě před dalším požadavkem na proudový odběr, bude vše v pořádku. Za takových okolností lze snadno sklouznout k domněnce, že čím nižší hodnotu nabíjecího proudu zvolíme, tím úspornější bude provoz a tím nižší budou také energetické ztráty. Z dalšího rozboru bude patrné, že tomu tak není. Ukážeme si také, že pro účinnost procesu přelévání energie ze zdroje do zásobníku platí velmi zajímavé zákonitosti.

2. Nabíjení přes rezistor

Lze dokázat, že během samovolného přelévání energie z napěťového zdroje do kondenzátoru přes rezistor se dostane do zásobníku pouze polovina dodané energie, druhá polovina se vždy přemění na teplo. To platí nezávisle na parametrech obvodu, tj. bez ohledu na velikosti hodnot odporu, kapacity a napětí zdroje.

V ustáleném stavu naměříme na kondenzátoru C_1 napětí $U_2=9V$ a energie v něm uskladněná bude

$$E_S = \frac{1}{2} C_1 \cdot U_2^2. \quad (1)$$

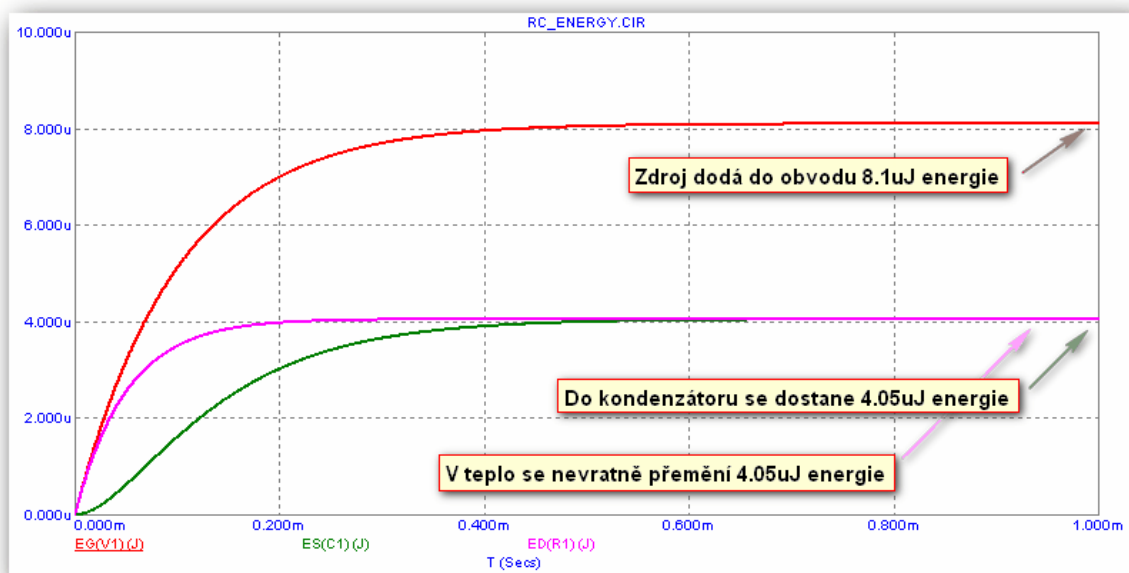
Ze zdroje se přitom odebere energie

$$E_G = \int_0^{\infty} \frac{U_1^2}{R_1} \cdot e^{-\frac{t}{R_1 C_1}} dt = C_1 \cdot U_1^2. \quad (2)$$

Vzhledem k tomu, že v ustáleném stavu platí $U_2=U_1$, je to přesný dvojnásobek toho, co se uskladní v kondenzátoru, tj.

$$E_S = \frac{1}{2} E_G. \quad (3)$$

Výsledky počítačové simulace pro hodnoty součástek $R_1=1k\Omega$ a $C_1=100nF$ pomocí programu Micro-Cap 9 dokládá obr. 3.



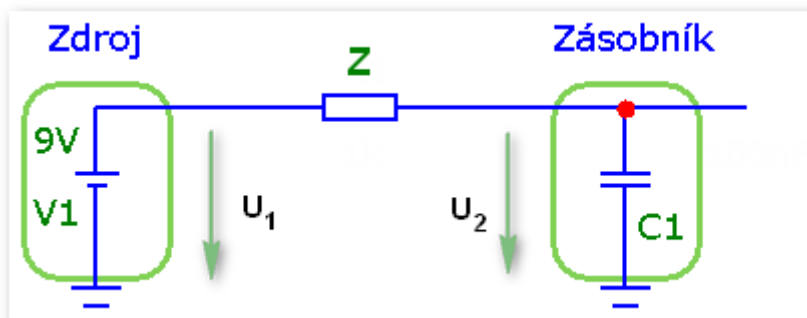
Obr. 3. Simulace energetických poměrů při nabíjení kondenzátoru

Závěr je zřejmý: změna velikosti nabíjecího proudu nevede ke změně účinnosti nabíjecího procesu, ta je za každých okolností 50%.

Důsledky této zákonitosti nejsou v žádném případě triviální. Ve všech případech, kdy se napájení realizuje dvoufázově, tj. přečerpáváním náboje do kapacitoru a jeho následným vybitím přes spotřebič, dochází ve fázi čerpání k 50% ním ztrátám energie.

3. Nabíjení přes impedanci

V reálných případech působí v napájecích soustavách parazitní vlivy, které jsme schopni modelovat pomocí přídavných indukčností a kapacit. Každý vodič vykazuje takové parazitní vlastnosti. Uvažujme tedy situaci, kdy se energie samovolně přelévá ze zdroje do kapacitoru již ne přes rezistor, ale přes kmitočtově závislou impedanci Z , jak je znázorněno na obr. 4.



Obr. 4. Transport energie přes impedanci

Vydeme z následujících předpokladů:

- stejnoseměrný napět'ový zdroj dává konstantní napětí o velikosti U_1 ,
- nabíjecí prvek je lineární stacionární jednobran s frekvenčně závislou impedancí Z ,
- napětí na kapacitoru se ustálí na hodnotě $U_2 = \lim_{t \rightarrow \infty} u_2(t) = U_1$.

Otázka zní: Bude i tentokrát účinnost samovolného nabití kapacitoru 50%?

Nejprve odvodíme, jaký charakter impedance Z je potřebný pro splnění předpokladu c). Pro Laplaceův obraz výstupního napětí musí platit

$$U_2(p) = \frac{U_1}{p \cdot (p \cdot Z(p) \cdot C + 1)}.$$

Kvůli splnění podmínky c) požadujeme, aby

$$\lim_{t \rightarrow \infty} u_2(t) = \lim_{p \rightarrow 0} p \cdot U_2(p) = \lim_{p \rightarrow 0} \frac{U_1}{p \cdot Z(p) \cdot C + 1} = \frac{U_1}{1 + C \cdot e} = U_1, \quad (4)$$

kde

$$e = \lim_{p \rightarrow 0} p \cdot Z(p). \quad (5a)$$

Využijeme-li teorému o konečné hodnotě signálu, lze vztah (5a) přepsat do podoby

$$e = \lim_{t \rightarrow \infty} V(t), \quad (5b)$$

kde $z(t)$ je impulzní funkce pro impedanci Z , tj. časový průběh napětí na impedanci Z jako odezva na proudový Diracův impuls. Podle (4) tedy musí platit, že tato odezva s časem zanikne, tj.

$$e = 0. \quad (6)$$

Analýzou vztahů (5a) a (5b) lze dospět k následujícímu závěru:

Při nabíjení kapacitoru ze zdroje konstantního napětí přes impedanci Z se kapacitor nabije na stejné napětí jako je napětí zdroje, pokud má impedance $Z(p)$ všechny své případné póly v levé komplexní polorovině.

Nyní odvodíme vztah pro celkovou energii, kterou musí zdroj dodat pro úplné nabití kapacitoru. Laplaceův obraz výkonu dodávaného zdrojem bude

$$P_G(p) = U_1^2 \frac{C_1}{p \cdot Z(p) \cdot C_1 + 1}$$

a energie

$$E_G(t) = \int_0^t P_G(t) \cdot dt = U_1^2 \int_0^t L^{-1} \left[\frac{C_1}{p \cdot Z(p) \cdot C_1 + 1} \right] \cdot dt = U_1^2 \cdot L^{-1} \left[\frac{C_1}{p \cdot (p \cdot Z(p) \cdot C_1 + 1)} \right],$$

takže energie dodaná zdrojem pro úplné nabití kapacitoru bude

$$E_G = \lim_{t \rightarrow \infty} E_G(t) = \lim_{p \rightarrow 0} (p \cdot E_G(p)) = U_1^2 \frac{C_1}{1 + e},$$

e je dáno vztahy (5a) a (5b). S uvážením podmínky (6) vychází opět

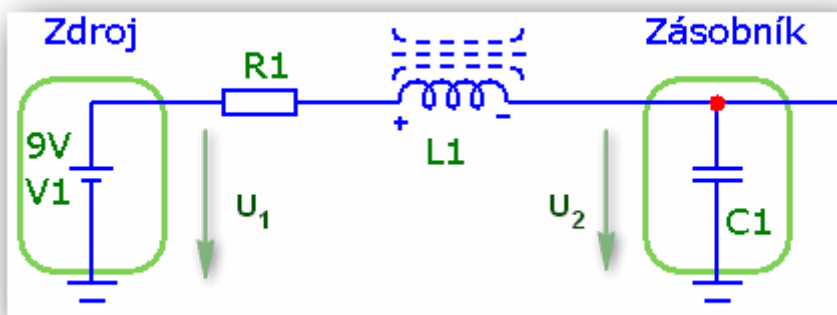
$$E_G = C_1 \cdot U_1^2.$$

Vzhledem k (1) to znamená, že platí následující závěr:

Při samovolném nabití kapacitoru ze zdroje konstantního napětí přes impedanci $Z(p)$, která má všechny své případné póly v levé komplexní polorovině, se do kapacitoru dostane právě polovina energie dodané zdrojem napětí.

4. Nabíjení přes nelineární RL člen

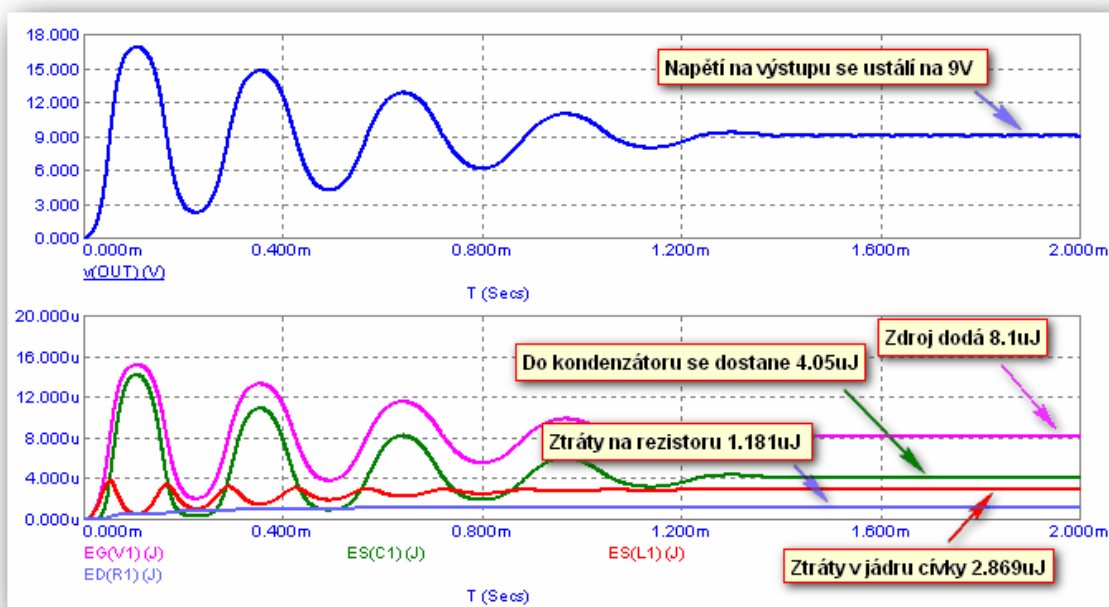
K největším ztrátám energie při nabíjení přes rezistor dochází v počátku nabíjecího procesu, kdy jsou hodnoty proudu a tedy i výkonu na rezistoru nejvyšší. Zvolíme-li induktivní charakter nabíjecí impedance, zpomalíme počáteční náběh nabíjecího proudu a energie se bude na rezistoru spalovat také pomaleji. Jelikož však nabíjecí impedance nemá žádné póly, platí i pro tento případ závěr, že do kapacitoru se nakonec dostane opět jen 50% z celkové energie dodané zdrojem.



Obr. 5. Transport energie přes RL člen

Vyzkoušejme, zda tento závěr platí i v případě nelineární indukčnosti. Pro účely počítačové simulace byl vybrán model cívky vyrobené pomocí 10 závitů drátu navinutého na

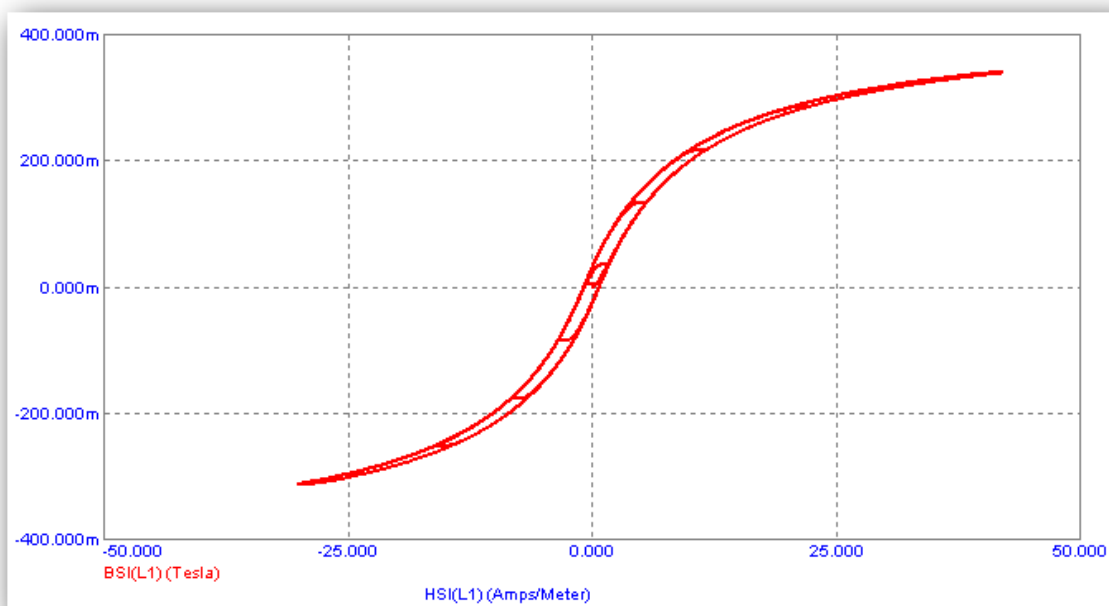
nelineárním magnetickém jádru (výsledný činitel vazby je 1,0). Hodnoty dalších součástek byly zvoleny takto: $R_1=10\Omega$, $C_1=100nF$. Z obr. 6 je patrné, že napětí na kapacitoru má charakter tlumených kmitů, které se ustálí na hodnotě napětí zdroje, tj. 9V.



Obr. 6. Simulace transportu energie přes RL člen

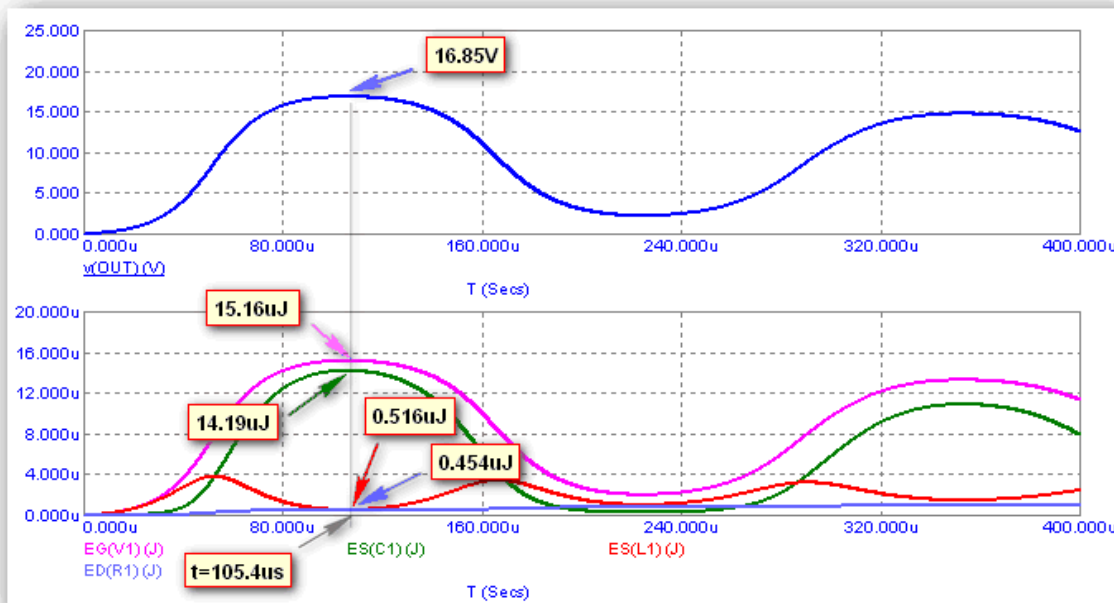
Tlumení obstarává nejen rezistor R_1 , ale také ztráty vznikající v jádru cívky. Grafy ukazují, že z celkového množství energie $8,1\mu J$ dodané zdrojem se dostane do kapacitoru opět pouze polovina, tj. $4,05\mu J$.

Vzájemná závislost okamžitých hodnot indukce a intenzity magnetického pole cívky je vymezena hysterezní křivkou materiálu jádra, jak je zřejmé z obr.7.



Obr. 7. Hysterezní křivka materiálu jádra cívky

Opět se potvrdilo, že samovolné nabití kapacitoru ze zdroje konstantního napětí se uskuteční s účinností 50%. Podle obr. 6 je však patrné, že v průběhu nabíjení existují okamžiky, kdy v kapacitoru je značné množství energie při minimálních aktuálních ztrátách na rezistoru a v jádře cívky. Detail prvního překmitu ukazuje obr. 8.

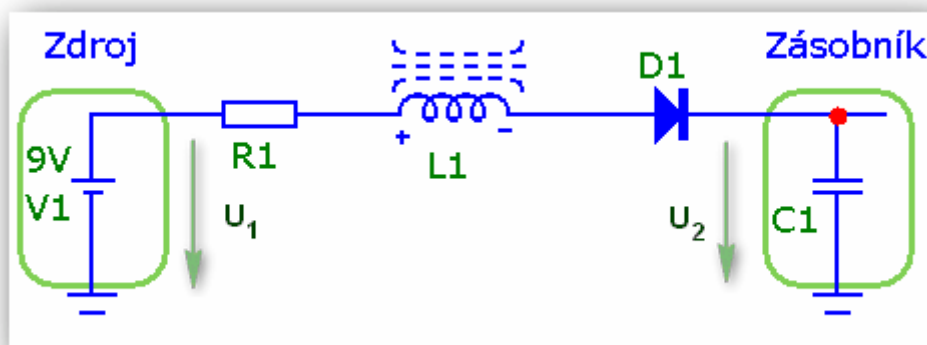


Obr. 8. Detail maxima při přenosu energie

Až do dosažení prvního maxima výstupního napětí zdroj dodal energii $15,16\mu\text{J}$ a z toho se do kapacitoru dostalo plných $14,19\mu\text{J}$. Kdyby se v tomto okamžiku podařilo nabíjení zastavit, účinnost nabití by byla přibližně 93%.

5. Řízené nabíjení přes nelineární RL člen

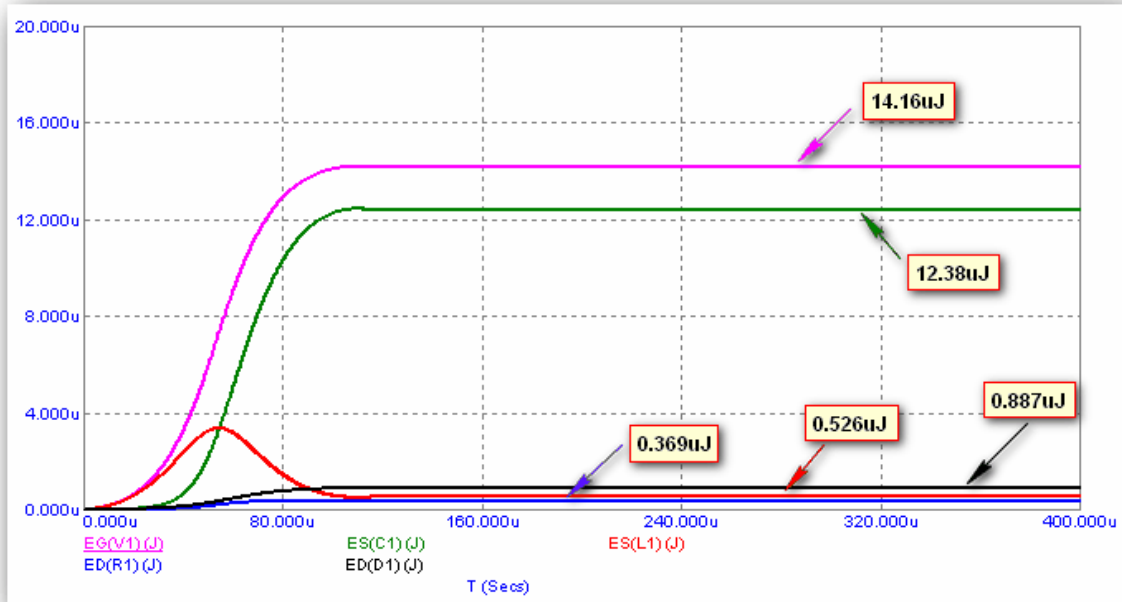
Takto řízené nabíjení lze realizovat jednoduše pomocí vhodně polarizované diody, která zabráni vybíjení kapacitoru zpět do zdroje. Možné řešení ukazuje obr. 9.



Obr. 9. Řízené nabíjení kapacitoru

Výsledky simulace na obr. 10 ukazují poněkud nižší účinnost, než činil předchozí odhad. Příčinou jsou ztráty způsobené činností diody, která odebrala teplo $E_D(D_1) = 0,887\mu\text{J}$, což je více než ztráta na rezistoru $E_D(R_1) = 0,369\mu\text{J}$. V materiálu jádra cívky se ztratilo $E_S(L_1) =$

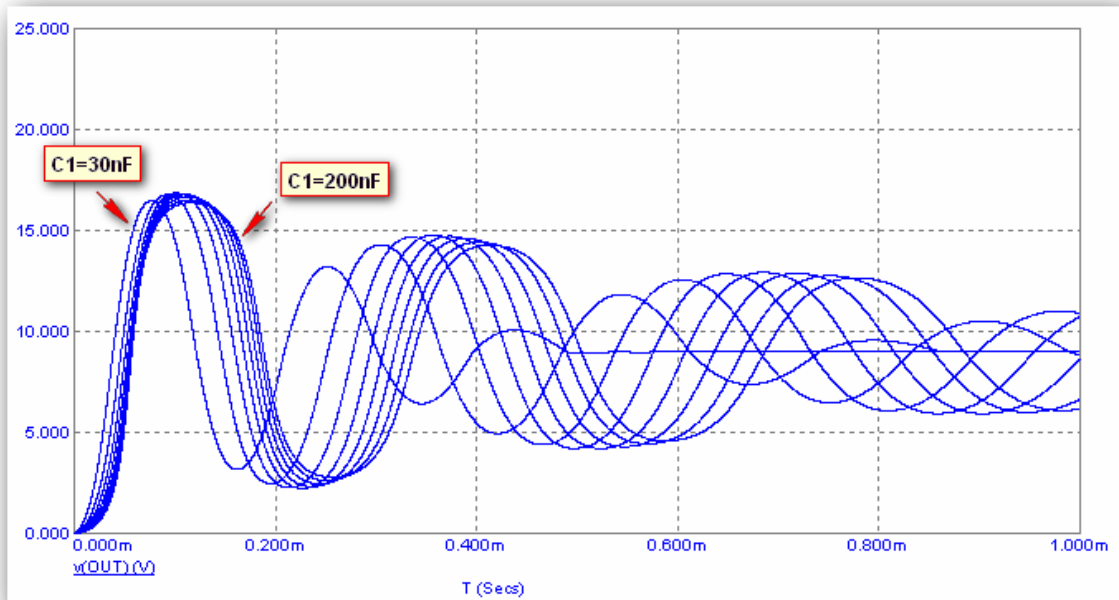
0,526 μ J. Zdroj dodal celkem 14,16 μ J a do kapacitoru se dostalo 12,38 μ J, tj. účinnost vychází na 87,4%.



Obr. 10. Energetické poměry při řízeném nabíjení kapacitoru

6. Optimalizace nabíjení přes nelineární RL člen

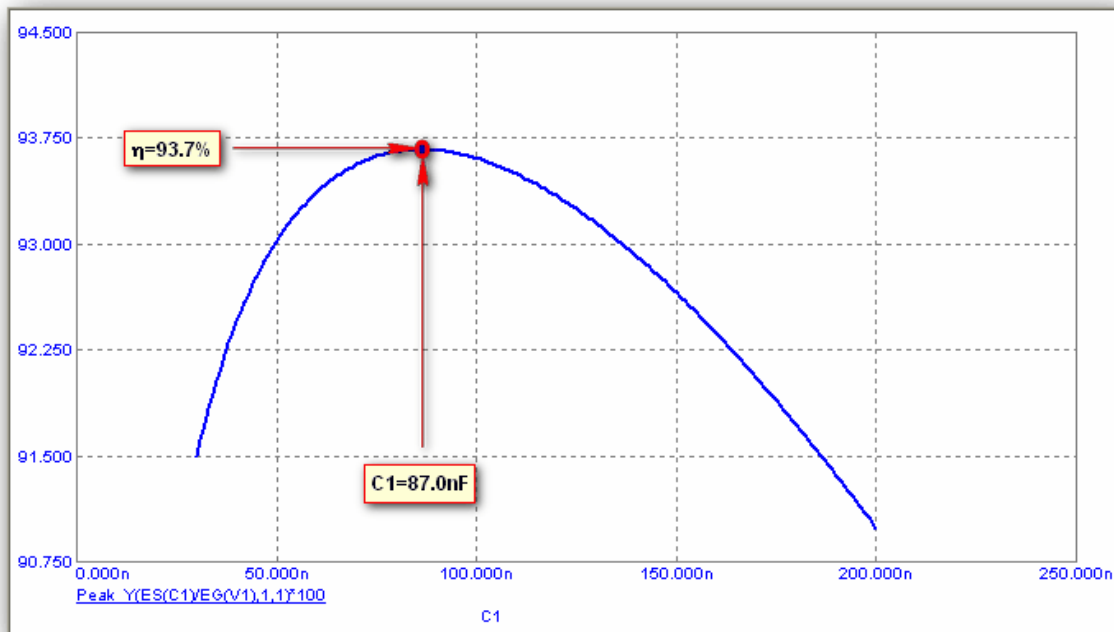
Vraťme se k časovému průběhu samovolného nabití kapacitoru přes RL člen podle obr. 6. Optimální okamžik pro ukončení nabíjení je dán výskytem prvního lokálního maxima výstupního napětí. Čím větší je toto maximum, tím vyšší bude také účinnost nabití kapacitoru.



Obr. 11. Vliv kapacity nabíjeného kondenzátoru na „výšku“ překmitu napětí

Dá se dokázat, že „výška“ prvního překmitu signálu produkovaného lineárním RLC obvodem vykazuje jako funkce vzhledem k rezonanční frekvenci obvodu lokální maximum. Pokud by stejná zákonitost platila i v případě mírně nelineární indukčnosti, kterou jsme použili v nabíjecím článku, znamenalo by to, že pomocí RL členu lze nabíjecí obvod vyladit na optimální účinnost.

V původním zapojení podle obr. 5 ponecháme hodnotu odporu R_1 na velikosti 10Ω . Nižší hodnota sice znamená vyšší účinnost, avšak ve skutečném zapojení nejsme schopni jít pod určitou reálnou mez. Cívku ponecháme také beze změny a budeme měnit kapacitu C_1 v rozmezí od 30nF do 200nF . Vliv těchto změn na „výšku“ prvního překmitu napětí ukazuje obr. 11. Je zřejmé, že při určité hodnotě C_1 je překmit skutečně nejvyšší.



Obr. 12. Vliv kapacity nabíjeného kondenzátoru na účinnost nabíjení

Z obr. 12 je zřejmé, že při $C_1 = 87\text{nF}$ dojde k vyladění účinnosti nabíjecího obvodu na optimální hodnotu 93,7%.

7. Závěr

Příspěvek ukazuje, jakým způsobem lze využít počítačových simulačních programů ke studiu jevů probíhajících v elektrických obvodech. Všechny uvedené simulace (kromě analýzy uvedené na obr. 12) lze provést pomocí evaluační verze programu Micro-Cap 9, která je zdarma k dispozici na Internetu [1].

Možnosti simulátoru elektrických obvodů Micro-Cap jsou detailně vysvětleny v knize [2].

Literatura

- [1] <http://www.spectrum-soft.com>, domovská stránka firmy SPECTRUM SOFTWARE, výrobce programu Micro-Cap 9.
- [2] Biolek, D.: Řešíme elektronické obvody aneb kniha o jejich analýze. BEN technická literatura, 2004, 520 s.